



Voraussetzung und verwandte Themen

Für diese Beschreibungen sind Grundlagen der Statistik vorteilhaft. Weiterführende und verwandte Themen sind:

www.weibull.de/Weibull-Analysen.pdf

www.weibull.de/WeiBayes.pdf

Stichworte: Weibull – Weibull-Netz – Zuverlässigkeit – Lebensdauer – Ausfallwahrscheinlichkeit – Sudden-Death-Testing – nichtschadhafte Teile – zensierte Daten – Johnson-Verfahren – Maximum Likelihood

Einführung

Gibt es Lebensdauerdaten, bei denen nicht alle Teile ausgefallen sind, so nennt man diese Daten unvollständig. Insbesondere, wenn noch intakte Teile kürzere Laufzeiten haben, als andere mit einem „Ausfall“, muss eine Korrektur der Ausfallhäufigkeiten über die Rankwert erfolgen. Das hier gezeigte Johnson-Verfahren ist in seiner Durchführung insbesondere bei Lebensdauerests auch als Sudden-Death-Testing bekannt.

Ziel und Nutzen

Mit dem Johnson-Verfahren lässt sich eine bessere Schätzung der Ausfallwahrscheinlichkeiten treffen, als wenn man die noch intakten alleine über die Bezugsgröße n berücksichtigt.

Grundlagen

Werden aus einem Lebensdauerest Prüflinge aus dem Test herausgenommen, noch bevor sie ausgefallen sind, so nennt man diese Stichprobe unvollständig. In diesem Fall ist es natürlich nicht korrekt, die entsprechenden „Laufzeiten“ mit der Ordnungszahl i genauso einzugeben, als wären sie ausgefallen. Sie aber einfach aus der Betrachtung herauszulassen bedeutet, dass man wichtige Informationen nicht berücksichtigt. Diese Informationen, dass eine Anzahl Teile eine bestimmte Belastungszeit überstanden hat zu nutzen, nennt man „Sudden Death Testing“ (wörtlich übersetzt „plötzlicher Tod“).

In Labortests hat man meistens die Möglichkeit, mehrere Prüflinge gleichzeitig auf einer Vorrichtung zu testen. Fällt eines der Teile aus, sind die anderen meistens noch in Ordnung. Sie tragen jedoch in der folgenden Auswertung einen Teil mit bei, ohne sie „weiterfahren“ zu müssen. Angenommen, es wurden folgende Tests durchgeführt, bei denen jeweils gleichzeitig 3 Prüflinge auf einer Vorrichtung gefahren wurden:

Laufzeit in h	Anzahl Ausfälle	Anzahl Teile ohne Ausfall
10	1	2
14	1	2
16	1	2
18	1	2



Weibull Sudden-Death & Johnson-Verfahren

Grafisch sieht die Situation aus wie rechts dargestellt.

Der erste Ausfall erhält die Rangzahl 1. Die nächsten beiden Werte werden in der späteren Weibull-Darstellung zwar nicht dargestellt, beeinflussen jedoch indirekt die Häufigkeitswerte der folgenden Ausfälle. Für den Ausfall bei 14h ergibt sich nicht die Rangzahl 2, sondern eine um einen Deltawert größeren Wert. Dieser errechnet sich durch:

$$\Delta = \frac{n + 1 - \text{Rang}_{(i-1)}}{n + 1 - n_{davor}}$$

unter n_{davor} ist die Anzahl der im vorherigen Durchlauf geprüften Teile zu verstehen. Mit $n = 12$ ergibt sich somit:

$$\Delta = \frac{12+1-1}{12+1-3} = 1,2$$

und die $\text{Rang}_{(2)} = \text{Rang}_{(2-1)} + n_i \cdot \Delta = 2,2$ (n_i ist hier immer ein Ausfall). Würde der nächste Prüfling auch ausgefallen sein, so erhält der nächste Rang die vorhergehende plus das bisher ermittelte Delta. In diesem Beispiel ist der nächste Ausfall jedoch bei 16h mit dem neuen Delta von

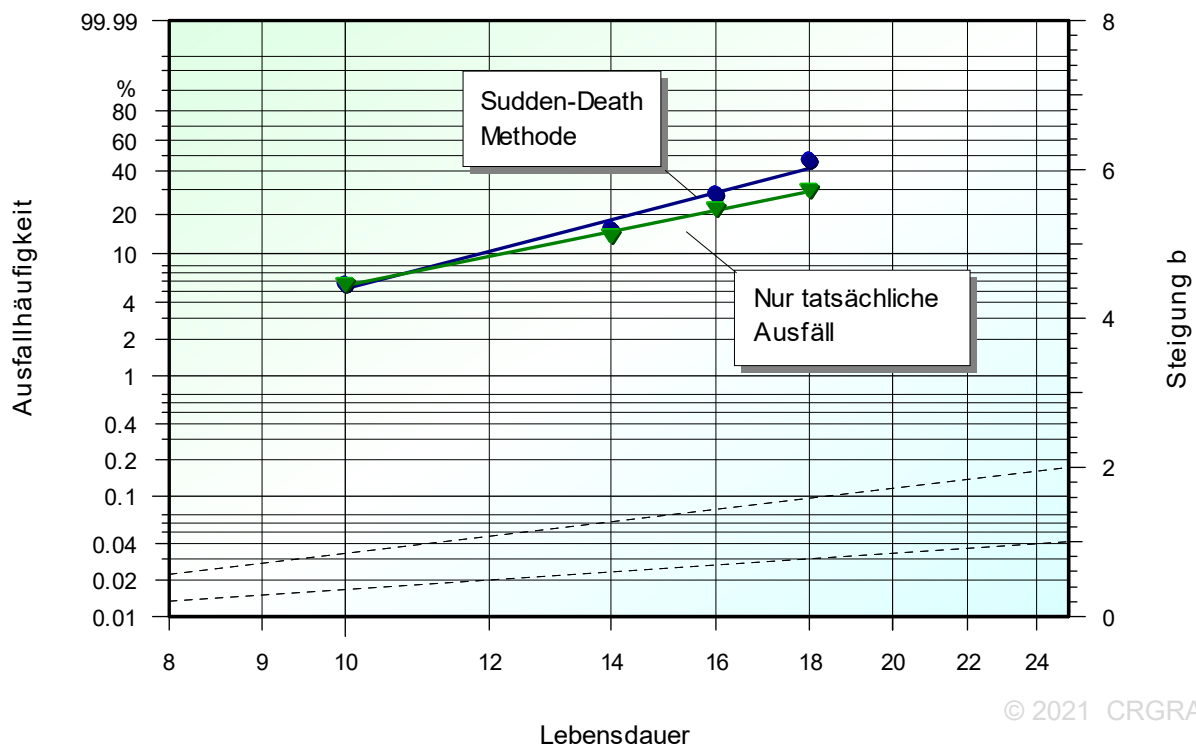
$$\Delta = \frac{12+1-2,2}{12+1-6} = 1,54$$

ergibt die $\text{Rang}_{(3)} = \text{Rang}_{(3-1)} + n_i \cdot \Delta = 3,74$ usw.

Die dazugehörigen Häufigkeiten bestimmen sich nach:

$$H = \frac{\text{Rang}_{(i)} - 0,3}{n + 0,4} 100\%$$

wodurch folgende Darstellung entsteht:



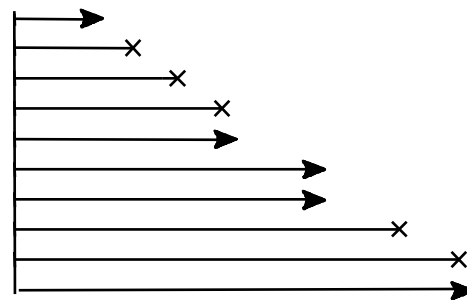
Weibull Sudden-Death & Johnson-Verfahren

Die Sudden Death Methode ergibt eine steilere Steigung als die Betrachtung, bei der nur die reinen Ausfälle berücksichtigt werden (mit $n=12$). Würde man in der Praxis alle Prüflinge einzeln einem Test unterziehen und die Ausfälle auftragen, so würde man in etwa den Verlauf der Sudden Death Methode erhalten. Der Vorteil ist jedoch eine erheblich kürzere Testphase.

Zu beachten ist jedoch, dass die Genauigkeit der geschätzten Weibull-Parameter durch die geringe Anzahl Punkte relativ schlecht ist. Ein Kompromiss wäre jeweils nur die fehlerhaften Teile vom Prüfstand zu entnehmen und die intakten weiterlaufen zu lassen. Dabei ist keine Korrektur nach Sudden-Death-Methode notwendig. Die Prüfzeit erhöht sich jedoch deutlich. Die folgende Beschreibung ist eine Verallgemeinerung.

Auswertung von Daten schadhafter und nicht schadhafter Teile

Häufig ist es so, dass Teile getauscht (entnommen) werden, die keine Fehler aufweisen. Diese sollen, wie beim Sudden-Death-Verfahren, mitberücksichtigt werden. Zunächst werden alle Laufzeiten der Reihe nach sortiert, egal ob fehlerhaft oder nicht. Beispiel:



Ordng. Zahl	Laufstr * 1000	schadhaft	nicht schadh.
	40		x
	51		x
1	54	x	xx
2	55	x	
	59		x
3	60	x	x
	60		x
	61		x
4	62	x	xx

Die nicht schadhafte Teile werden dem nächst höheren Schadensfall zugeordnet. Die Ordnungszahl orientiert sich nur nach den schadhafte Teilen.

Im Gegensatz zur Sudden-Death-Methode ergibt sich bereits für den ersten Ausfallpunkt die Notwendigkeit für eine Korrektur, da dieser unvollständig ist. Statt 1 wird die Rangzahl entsprechend höher:

$$Rang_1 = \frac{n+1-0}{n+1-n_{davor}}$$

Anzahl Durchläufer vor erstem Ausfall

$$Rang_1 > 1$$

nicht schadhafte Teile vor erstem Ausfall

$$Rang_1 = 1$$

Sudden-Death

Letztlich ist das Vorgehen, wie beim Sudden-Death-Verfahren, nur dass die Anzahl der vorhergehenden Teile anders verrechnet werden. Bei Sudden-Death ist die Anzahl vorhergehender Teile beim Start 0, hier 2 im Beispiel. Die mittlere Rangzahl beginnt

beim Sudden-Death immer mit der Anzahl der schadhafte Teile, in diesem Verfahren zusätzlich mit der Berücksichtigung der nicht schadhafte Teile.

Kommen am Ende nur nicht schadhafte Teile vor, so können diese keiner Laufstrecke zugeordnet werden. Sie erhöhen aber entsprechend den Umfang von n .

Neben dem aufgezeigten Verfahren gibt es als Alternative die sogenannte zensierte Auswertungen, analog der Max-Likelihood-Methode:

Zensierte Weibull-Verteilung

Wenn allgemein in einer Versuchsreihe Probanden das Testende nicht erreichen, spricht man von zensierten Daten. Der Grund für das Nichterreichen eines Abbruchkriteriums kann, wie im vorherigen Abschnitt sein, z.B. weil nach einer festgelegten Zeit noch nicht alle ausgefallen sind, oder vorher entnommen wurden, oder wegen anderer Gründe nicht mit einbezogen werden dürfen. Es kann auch ein Ausfall vorliegen, aber es ist nicht da zu betrachtende Bauteil betroffen, sondern eine andere Komponente.

Für die hierzu angewendete Maximum-Likelihood-Methode wird die Dichtfunktion partiell nach den Parametern abgeleitet und zu 0 gesetzt (Suche nach dem jeweiligen Maximum $\prod h(t_i)$ der Parameter).

$$\frac{\sum_{i=1}^n t_i^b \ln(t_i)}{\sum_{i=1}^n t_i^b} - \frac{1}{x} \sum_{i=1}^x \ln(t_i) - \frac{1}{b} = 0$$

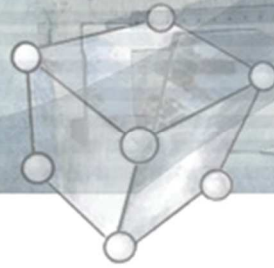
n : Gesamtzahl der Probanden, inkl. der zensierten.
 x : Anzahl Probanden, die das Abbruchkriterium erreicht haben, bzw. konkrete Ausfälle ($x < n$)

Die Beziehung unterscheidet sich gegenüber der Variante ohne Zensierung durch den mittleren Term mit x anstelle von n .

Bei der Formel für T wird anstelle durch n durch x geteilt:

$$T = \left(\frac{1}{x} \left(\sum_{i=1}^n t_i^b \right) \right)^{\frac{1}{b}}$$

Der Nachteil der Maximum-Likelihood-Methode ist, dass hier, je nach b im Exponente, die hohen Laufzeiten übermäßig stark eingehen, die niedrigeren wenig. Außerdem ist hier keine 3-parametrische Weibull-Verteilung möglich.



Software – Literatur – Consulting – Schulungen



Software

Unsere Software **Visual-XSel** ist ein leistungsfähiges Tool für alle wichtigen statistischen Qualitäts- und Zuverlässigkeitsmethoden. Nicht umsonst ist diese Software in vielen großen Firmen im Einsatz – [crgraph.de/Referenzen](https://www.crgraph.de/Referenzen).

Weitere Informationen zum aktuellen Thema finden Sie auf den nächsten Seiten oder unter [crgraph.de/Versionen](https://www.crgraph.de/Versionen)



Eigene Literatur

Unser **Taschenbuch der statistischen Qualitäts- und Zuverlässigkeitsmethoden** beinhaltet weiterführende Themen, z.B. zu Systemanalysen, Weibull- und Zuverlässigkeitsmethoden, Versuchsplanung und Datenauswertung, sowie zur Mess-System-Analyse und Prozessfähigkeit.

Weitere Informationen finden Sie unter [crgraph.de/Literatur](https://www.crgraph.de/Literatur)



Consulting & Schulungen & Six Sigma

Bei unseren Inhouse- oder Online-Schulungen wird die praxisnahe Anwendung von statistischen Methoden vermittelt. Wir haben über 20 Jahre Erfahrung, insbesondere in der Automobilindustrie und unterstützen Sie bei Ihren Problemstellungen, führen Auswertungen für Sie durch, oder erstellen firmenspezifische Auswertevorlagen.

Weitere Informationen finden Sie unter [crgraph.de/Schulungen](https://www.crgraph.de/Schulungen)



Hotline

Haben Sie noch Fragen, oder Anregungen? Wir stehen Ihnen gerne zur Verfügung:

Tel. +49 (0)8151-9193638

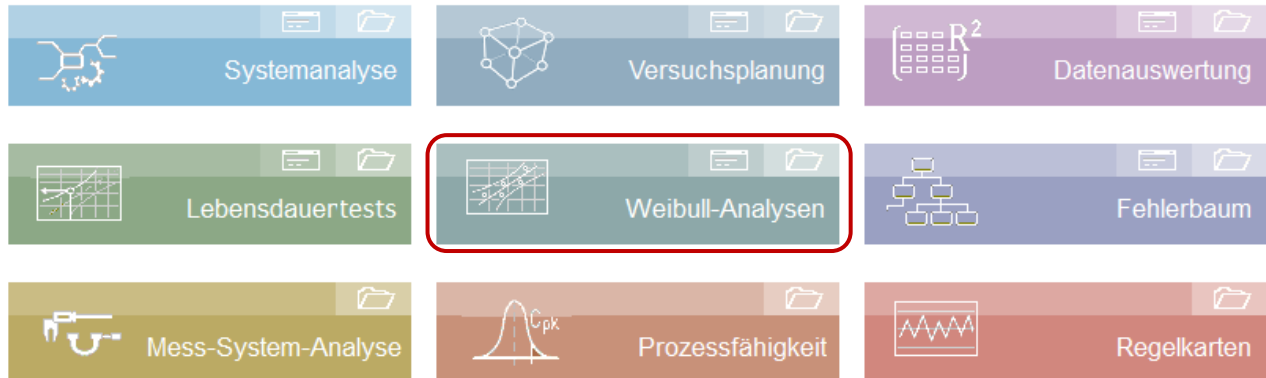
e-mail: info@crgraph.de

Besuchen Sie uns auf unserer Home-Page: www.crgraph.de

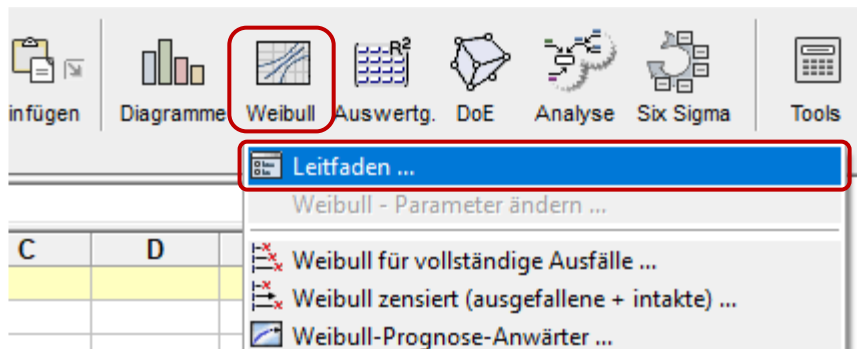
Anwendung in Visual-XSel 15.0/16.0

www.crgraph.de

Verwenden Sie für den Einstieg die Datenauswertung im Leitfaden,



oder die Ikone Weibull....



Der Leitfaden zu Weibull ermöglicht eine schnelle Auswahl von Grafiken und Methoden. Je nachdem, was gegeben ist, erweitert sich die Dialogbox um weitere Spalten:



Die allgemeingültige Variante mit programminterner Berechnung erfolgt über die zweite Option „Intakte Teile mit kürzeren Laufzeiten“. Speziell für das Sudden Death Testing in Gruppen gibt ein Template.

Im Folgenden wird die allgemeine erste Option näher beschrieben:

Darstellung von zensierten Laufzeiten (Ausfälle & intakte Einheiten)

In einer Testreihe kommt es häufig vor, dass nur ein Teil der Prüflinge ausfällt. Die anderen werden vorzeitig entnommen, oder der Test wurde für manche später gestartet, oder es gibt andere Gründe. Dies nennt man zensierte Daten. In Visual-XSel wird die Anzahl der Prüflinge in die nebenstehende Spalte (hier B) geschrieben. Bei 145h gab es einen Ausfall, bei 380 sind es 2, an der „Stelle“ 445h sind 6 Prüflinge noch intakt, usw. Intakte Prüflinge werden mit einem Minus vor der Anzahl gekennzeichnet (siehe erste Tabelle). Wenn man über den Leitfaden die Methode auswählt,

	A	B
1	Laufzeit	Anzahl
2	145	1
3	380	2
4	445	-6
5	600	-8
6	650	3
7	900	-3
8	910	2
9	1200	-3
10	1250	1
11	1400	-2
12	2200	-1



ist es auch möglich die intakten Prüflinge textlich durch Spalte C zu kennzeichnen (siehe zweite Tabelle darunter).

	A	B	C
1	Laufzeit	Anzahl	Befund
2	145	1	Ausfall
3	380	2	Ausfall
4	445	6	i.O.
5	600	8	i.O.
6	650	3	Ausfall
7	900	3	i.O.
8	910	2	Ausfall
9	1200	3	i.O.
10	1250	1	Ausfall
11	1400	2	i.O.
12	2200	1	i.O.

Fügen Sie entsprechende Daten aus der Zwischenablage ein, oder aus einer Datei. **Wichtiger Hinweis:** Verwenden Sie hierzu die angebotenen Funktionen innerhalb der Sprechblase. Für den Fall, dass die Daten nicht in der ersten Zeile beginnen, gehen Sie über die Option *Einf. Spezial* und verwenden dort *Zeile höher*. Spalte C muss den Begriff „i.O.“, „intakt“, oder „Durchläufer“ beinhalten. Gibt es Spalte B nicht, so wird für jede Zeile ein Proband angenommen. Danach ist die Ikone Weibull zu drücken

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Laufzeit	Anzahl	Befund						
2	145	1	Ausfall						
3	380	2	Ausfall						
4	445	6	i.O.						
5	600	8	i.O.						
6	650	3	Ausfall						
7	900	3	i.O.						
8	910	2	Ausfall						
9	1200	3	i.O.						
10	1250	1	Ausfall						

1. Geben Sie Ihre Daten in Spalte A ab Zeile 2 ein (erste Zeile ist für Legende)
 In Spalte B "1" für Ausfall, "0" für Durchläufer
[Datei öffnen](#) [Einfügen](#) [Einf. Spezial](#)

2. Wählen Sie Diagrammtyp Weibull (Rubrik Statistik), oder das Symbol hier

Im Diagramm werden die Ausfälle in blau und die i.O.-Teile als grauer Strich dargestellt. Damit ist visualisiert, wo die Laufzeit bei Abbruch oder Entnahme der Teile war. Diese Durchläufer reduzieren die Ausfallwahrscheinlichkeit der Ausfälle entweder über Least-Square-, oder nach Maximum-Likelihood Methode. Ersteres ist Standard. Die Methode kann jederzeit über Menü *Diagramm/ Auswahl* und der Auswahl der Parameterbestimmung geändert werden.

Weibull Sudden-Death & Johnson-Verfahren

