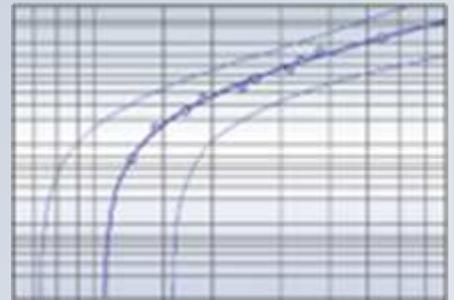

Weibull & Zuverlässigkeits- Methoden



Industriestandards
und neue Verfahren
für die Praxis



Curt Ronniger



www.weibull.de



Inhaltsverzeichnis

1	ALLGEMEINES	10
1.1	SOFTWAREUNTERSTÜTZUNG	10
1.2	POSITIONIERUNG	11
2	DIE WEIBULL-VERTEILUNG	12
2.1	EINFÜHRUNG	12
2.2	DIE WEIBULL-FUNKTION (2-PARAMETRIG)	13
2.3	INTERPRETATION DER STEIGUNG B	14
2.3.1	Zusammenfassung und Ursprung der Weibull-Verteilung	15
2.4	BESTIMMUNG DER WEIBULL-PARAMETER (MATH. GRUNDLAGEN)	16
2.4.1	Die Median-Rang Werte	16
2.4.2	Ausgleichsgerade	16
2.4.3	Gumbel-Verfahren	17
2.4.4	Maximum-Likelihood-Methode	18
2.4.5	Momentmethode	18
2.4.6	Vergleich der Methoden	19
2.5	VERTRAUENSBEREICHE	20
2.5.1	Vertrauensbereich der Weibull-Gerade	20
2.5.2	Vertrauensbereiche über die Fisher-Matrix	21
2.5.3	Vertrauensbereich der Steigung b	22
2.5.4	Vertrauensbereich der charakteristischen Lebensdauer T	23
2.5.5	Vertrauensbereich weiterer zeitbezogener Kenngrößen	23
2.6	DIE AUSFALLFREIE ZEIT T_0 (3-PARAMETRIGE WEIBULL-VERTEILUNG)	24
2.7	TEST AUF WEIBULL-VERTEILUNG	27
2.7.1	Kolmogorov-Smirnov Test	27
2.7.2	Anderson-Darling Test auf Weibull-Verteilung	28
2.8	SONDERFUNKTIONEN	29
2.8.1	Weibull-Funktionen für nicht linearen Verlauf	29
2.8.2	Doppelte Exponentialfunktion	30
2.9	MISCHVERTEILUNGEN	33
2.10	VERGLEICH VON 2 VERTEILUNGEN	35
3	WEITERE KENNGRÖßEN	38
3.1	AUSFALLRATE	38
3.2	ERWARTUNGSWERT	39
3.3	STANDARDABWEICHUNG	40
3.4	VARIANZ	40
3.5	VERFÜGBARKEIT	40
3.6	T_{10} – LEBENSDAUER	41
3.7	T_{50} – LEBENSDAUER, MEDIAN	41
3.8	T_{90} – LEBENSDAUER	41
3.9	QUANTILE	41
4	UNVOLLSTÄNDIGE AUSFÄLLE (ZENSIERTE DATEN)	42
4.1	SUDDEN DEATH	42
4.2	JOHNSON-VERFAHREN FÜR TESTS (RECHTS ZENSIERTE DATEN)	42
4.3	MAXIMUM-LIKELIHOOD-METHODE	43
4.4	INTERVALL- UND LINKSZENSIERTE DATEN	44
4.5	JOHNSON-VERFAHREN FÜR FELDAUWERTUNGEN	46
4.6	DATENAUFBEREITUNG FÜR FELDAUSWERTUNGEN	47
4.6.1	Bestimmung der Lebensdauer und der Nutzungszeit der intakten Teile	47
4.6.2	Wiederholter Ausfall eines instandgesetzten Teiles	49
4.6.3	Mehrere unterschiedliche Bauteile im System	50
4.6.4	Mehrere gleiche Bauteile im System	50

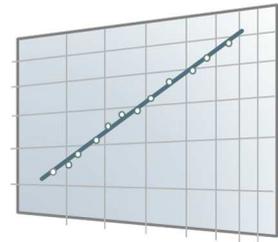
4.6.5	Weibull-Auswertung für Betriebsstunden oder km.....	51
4.6.6	Die Laufstreckenverteilung.....	52
4.7	DAS ANWÄRTER-VERFAHREN.....	53
4.7.1	Anwärter-Prognose / Charakteristik.....	55
4.7.2	Rechenalgorithmus für die Anwärterberechnung.....	55
4.8	WEITERFÜHRENDE ANALYSEN MIT TEILEAUSWERTUNG.....	56
4.9	AUFBEREITEN DER DATEN.....	59
4.9.1	Lebensdauermerkmal.....	59
4.9.2	Klassierung.....	59
4.9.3	0-Laufzeit Ausfälle.....	59
4.9.4	Falsch Befundungen.....	59
4.9.5	Mehrfache Beanstandungen.....	60
5	SYSTEM-ANALYSE UND GESAMTZUVERLÄSSIGKEIT.....	62
5.1	RELIABILITY BLOCKDIAGRAMME RBD.....	62
5.2	FEHLERBAUMANALYSE FTA.....	66
5.2.1	Grundlagen der FTA.....	66
5.2.2	Übersicht der FTA-Elemente und Symbole.....	67
5.2.3	Berechnung der Gates.....	69
5.2.4	Berechnung über Minimalschnitte – Cut Set.....	70
5.2.5	Vergleich mit dem Reliability - Blockdiagramm (RBD).....	73
5.2.6	Vergleich mit dem Ursachen-Wirkungsdiagramm.....	73
5.2.7	Festlegung und Bedeutung der Wahrscheinlichkeiten.....	74
5.2.8	Anforderung an die maximale Ausfallwahrscheinlichkeit.....	75
5.2.9	Einteilung der Ausfallwahrscheinlichkeiten nach AIAG/VDA FMEA Handbuch (2019) - Alternative Tabelle.....	76
6	LEBENSDAUERVERSUCHSPLANUNG.....	77
6.1	BELASTUNG GEGEN BELASTBARKEIT.....	77
6.2	SUCCESS RUN.....	78
6.2.1	Mindestzuverlässigkeit und Aussagewahrscheinlichkeit.....	78
6.2.2	Mindeststichprobenumfang für Versuche.....	82
6.2.3	Bestimmung der Mindestzuverlässigkeit bei mehreren Prüfgruppen mit unterschiedlichen Laufzeiten.....	82
6.2.4	Berücksichtigung von Vorkenntnissen.....	83
6.2.5	Bestimmung von t_{10} (B_{10}) aus Mindestzuverlässigkeit ohne Ausfälle.....	84
6.3	ZUSAMMENFASSUNG FÜR TESTS OHNE AUSFÄLLE.....	85
6.4	MINDESTZUVERLÄSSIGKEIT MIT UNERWARTETEN AUSFÄLLEN.....	86
6.5	ZUVERLÄSSIGKEIT AUS DEM BINOMIALANSATZ.....	86
6.6	WEIBAYES.....	87
6.7	DIE BELASTUNG TESTMATRIX.....	88
6.7.1	Berechnung der Gesamtzuverlässigkeit.....	90
6.7.2	Bestimmung von L_v	93
7	DAS WÖHLERDIAGRAMM.....	95
7.1	WÖHLERDIAGRAMM AUS WEIBULLAUSWERTUNG ABLEITEN.....	96
7.2	WÖHLER - PERLSCHNURVERFAHREN.....	99
7.3	WEIBULL-NETZ FÜR UNTERSCHIEDLICHE BELASTUNGEN.....	100
7.4	BEANSPRUCHUNGEN UNTERSCHIEDLICHER ART.....	101
7.5	RAINFLOW-KLASSIERUNG.....	101
7.5.1	Closed Loop.....	101
7.5.2	Peak-Through.....	102
8	TEMPERATUREINFLUSS.....	103
8.1	DAS ARRHENIUS-MODELL.....	103
8.2	COFFIN-MANSON-MODELL.....	104

8.3	NORRIS-LANDZBERG-MODELL	104
8.4	LEBENSDAUERMODELL FÜR TEMPERATUREINFLUSS.....	105
9	RAFFUNGSTESTS.....	106
9.1	DEFINITION	106
9.2	BESTIMMUNG DES RAFFUNGSFAKTORS	107
9.3	HIGHLY ACCELERATED TESTS	109
9.3.1	HALT Highly Accelerated Life Test.....	109
9.3.2	HASS Highly Accelerated Stress Screening.....	109
9.3.3	HASA Highly Accelerated Stress Audit.....	109
10	SPEZIELLE METHODEN UND VERFAHREN	110
10.1	ZUVERLÄSSIGKEITS-INDIKATOREN.....	110
10.1.1	Definition.....	110
10.1.2	Abgrenzung.....	110
10.1.3	Bestimmung von Zuv-Indikatoren	110
10.1.4	Raffungstests für Zuv-Indikatoren	111
10.1.5	Beispiele für Zuv-Indikatoren	111
10.2	ZUVERLÄSSIGKEITSWACHSTUM (ENTWICKLUNGSFortschritte).....	113
10.3	LEBENSDAUERHOCHRECHNUNG AUS VERSCHLEIßGRAD	116
10.4	MONTE CARLO SIMULATION.....	119
11	SCHICHTLINIEN.....	120
11.1	SCHICHTLINIEN AUF BASIS DES PRODUKTALTERS.....	120
11.2	WEIBULL-PARAMETER B AUS SCHICHTLINIEN	121
11.3	PROGNOSE.....	125
11.4	SCHICHTLINIEN AUF BASIS DER BETRIEBSZEIT.....	127
11.5	ERSTELLUNG VON MIS-SCHICHTLINIEN	128
12	KOSTEN LIFE-CYCLE-COSTS (LCC).....	129
20	ANHANG	130
20.1	GRUNDSÄTZLICHE VERLÄUFE	130
20.2	ÜBERSICHT DER MÖGLICHEN FÄLLE.....	131
20.3	LEITFADEN FÜR METHODENANWENDUNG.....	133
20.4	TABELLE KRITISCHER WERTE FÜR KOLMOGOROV-SMIRNOV TEST.....	134
20.5	ÜBERSICHT DER VERTEILUNGEN	135
20.5.1	Stetige Verteilungen.....	135
20.5.2	Diskrete Verteilungen.....	151
20.6	VERWENDETE FORMELZEICHEN	155
20.7	GLOSSAR.....	156
20.8	WEIBULL-BEGRIFFE DEUTSCH/ENGLISCH	159
21	LITERATURNACHWEISE	163
22	INDEX	166

2 Die Weibull-Verteilung

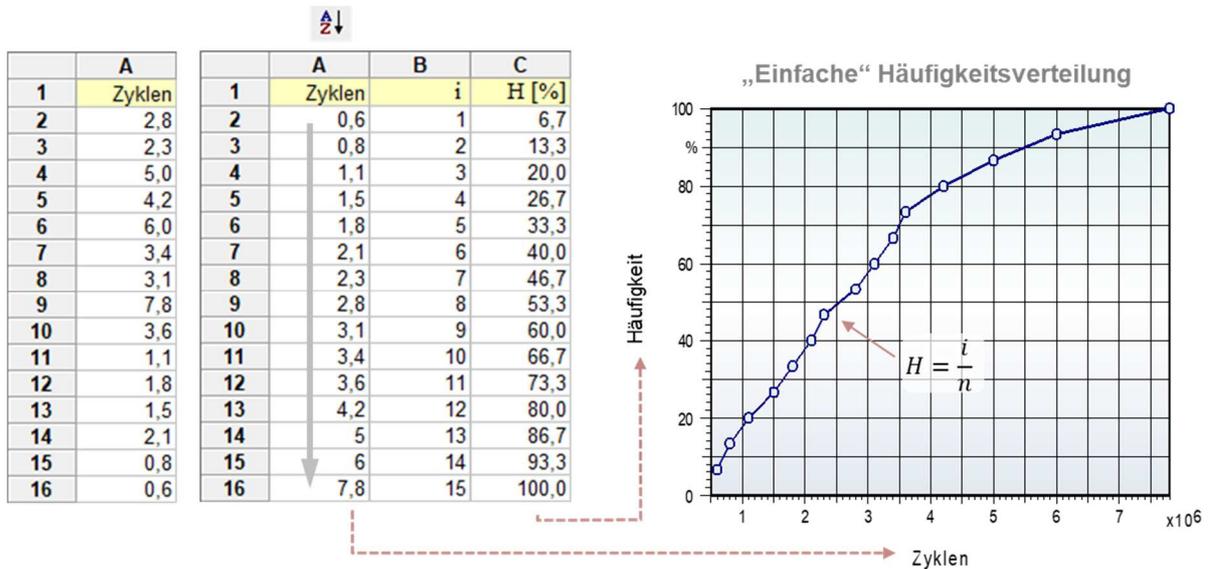
2.1 Einführung

In dem ersten Beispiel geht es um eine Testreihe mit $n = 15$ Kugellagern, die an einem Prüfstand bis zum Ausfall „gefahren“ werden.

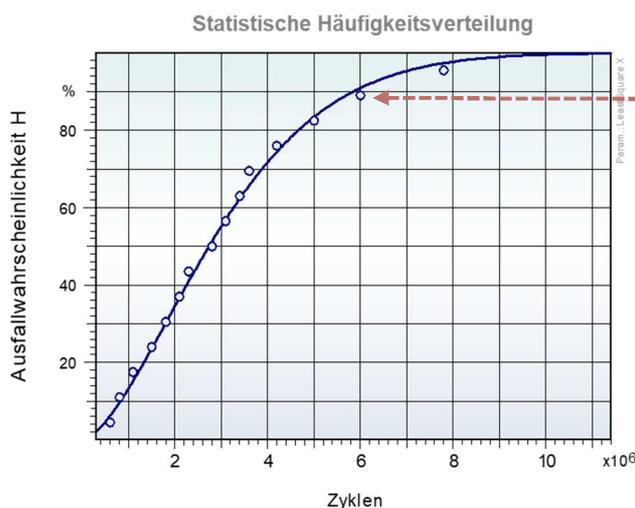


Die Zyklen bis zum Ausfall, hier in der Bedeutung von Millionen, werden in einer Tabelle eingetragen, aufsteigend sortiert und die Rangzahl i gebildet

Die Häufigkeiten sind dann $H = i/n \cdot 100\%$



In der Statistik unterscheidet man zwischen einer **Stichprobe** und der Grundgesamtheit aus der späteren Produktion. Die 15 getesteten Kugellager sind unsere Stichprobe. Mit ihr soll eine Lebensdaueraussage über die **Grundgesamtheit** getroffen werden, was die gezeigte Kurve darstellt:



Die Häufigkeiten werden hier über eine Korrekturformel berechnet, da man bei einer Stichprobe bei $i = n$ nicht die 100% der Grundgesamtheit sehen kann.

$$H = \frac{i - 0,3}{n + 0,4}$$

Man nennt diese Häufigkeiten im Zusammenhang mit der Weibull-Verteilung die Median-Rangwerte.

Der Verlauf dieser Kurve ist typischerweise im ersten Teil anders gekrümmt, als im hinteren Bereich. Bei einer Normalverteilung wäre die Krümmung spiegelbildlich um

die Ausfallwahrscheinlichkeit von 50%. Das ist in der Lebensdauer jedoch praktisch nie der Fall.

Die Achsen werden im sogenannten Weibull-Netz mehrfach logarithmisch skaliert, wodurch der Kurvenverlauf in der vorherigen Darstellung zu einer Geraden wird.:

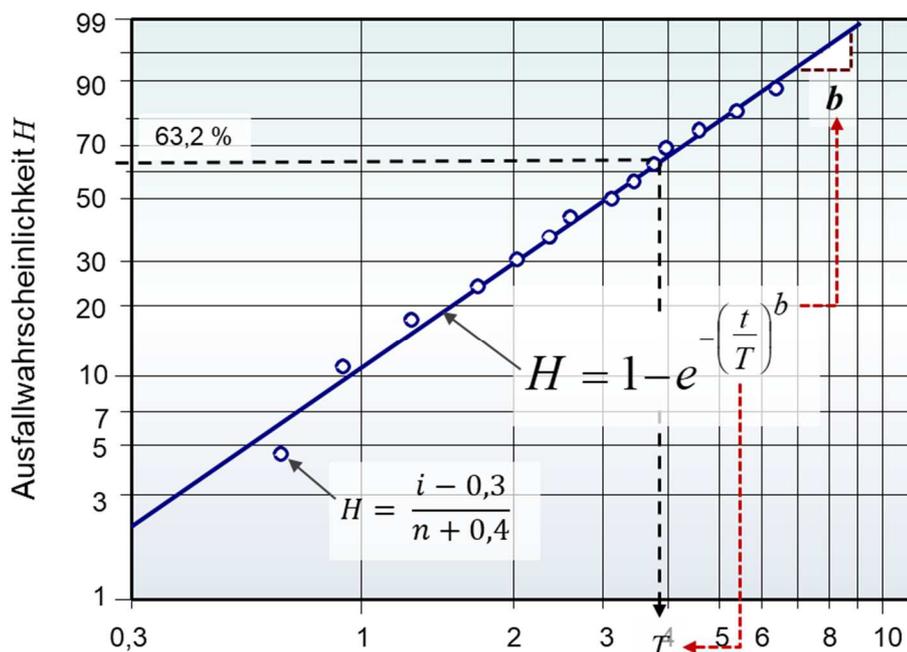


Der Vorteil der Gerade im Weibull-Netzes ist es besser darstellen zu können, ob es für das Ausfallverhalten nur eine Ursache gibt. Dies ist umso eher der Fall, je näher die Ausfallpunkte auf der Gerade liegen. Die Ordinate wird manchmal auch als Unreliability bezeichnet.

Diese logarithmische Weibull-Skalierung ist mit den Standard-Optionen von MS-Excel nicht möglich.

2.2 Die Weibull-Funktion (2-parametrig)

Die Gerade im Weibull Netz wird durch die bekannte Weibull-Funktion beschrieben:

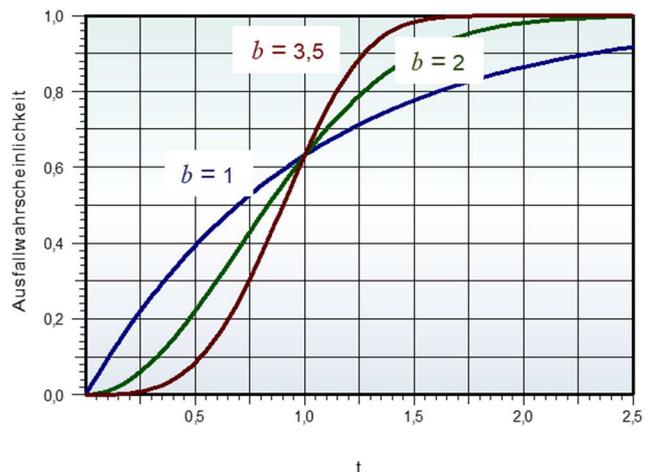


Während die Häufigkeiten der Median-Rangwerte die Position der Punkte beschreibt, liefert die Weibull-Funktion die Wahrscheinlichkeiten an jeder Stelle als „gemeinsame“ Aussage aller Punkte.

Der Formparameter b ist die Steigung dieser Ausgleichsgerade. Man nennt ihn Formparameter, weil verschiedene b in der linearen Darstellung unterschiedliche s-Kurvenverläufe ergeben. Im Englischen nennt man ihn Shape-Parameter.

Die charakteristische Lebensdauer T erhält man als Lotlinie bei 63,2% der Ausfallwahrscheinlichkeit. Dieser „krumme“ Wert ergibt sich wenn

$$t = T \Rightarrow H = 1 - e^{-1} = 1 - 2,718^{-1} = 0,632$$



Die T wird in manchen Verteilungsdarstellungen auch als Lageparameter (Scale-parameter) bezeichnet, denn der Wert von T verschiebt die Weibull-Gerade auf der Horizontalen.

Eine weitere Kenngröße der Weibull-Verteilung ist der Median, der jedoch nicht Bestandteil der Weibull-Funktion ist. Er ist der Wert der Lotlinie bei einer Ausfallwahrscheinlichkeit von 50%

$$t_{50} = \text{Median}$$

Er ist nicht mit dem Begriff des Mittelwertes, bzw. mit einer mittleren Lebensdauer zu verwechseln, da die Weibull-Verteilung nicht symmetrisch ist. Somit gilt auch nicht, wie leider oft zu sehen ist:

$$t_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i$$

2.3 Interpretation der Steigung b

Im Allgemeinen unterteilt man den Formparameter b in folgende 3 Bereiche:

- $b < 1$ **Frühausfälle**
z.B. wegen Fertigungs-/Montagefehlern
- $b = 1$ **Zufallsausfälle**
Es besteht kein Zusammenhang zum eigentlichen Lebensdauermerkmal (stochastisch Fehler), Die Ausfallursache hat vor allem etwas mit den zufälligen Betriebs- oder Umweltbedingungen zu tun und wird vereinfacht bei elektronischen Bauteilen angenommen.
- $b > 1$.. 4 **Zeitabhängige Ausfälle (Alterungseffekt)**
Ausfälle innerhalb des Auslegungszeitraumes
z.B. Kugellager $b \approx 2$, Wälzlager $b \approx 1,5$
Korrosion, Erosion $b \approx 3 - 4$, Gummi-Riemen $b \approx 2,5$
Oft werden Steigungen $b > 4$ auch als Spätausfall bezeichnet

Zu beachten ist dabei, dass sich die Begriffzuordnung nur auf die Steigung bezieht. Es gibt auch Fälle, in denen bei sehr frühen Laufzeiten Steigungen $b > 1$ vorkommen, was ein Widerspruch wäre. Der Begriff Alterungseffekt ist eher negativ geprägt. Dabei ist

es eigentlich die Zielsetzung bei der Auslegung eines Bauteils eine steile Steigung bei hoher Laufzeit zu haben.

Der Begriff Frühausfälle ($b < 1$) ist hier doppeldeutig. Es ist auch möglich, dass durch Fertigungsfehler ein Verschleißverhalten erst zum Tragen kommt (z.B. durch zu hohe Rauigkeitswerte einer Lagerung). Trotz $b > 2$ liegen auch hier evtl. „Frühausfälle“ vor, da die Schäden bereits nach sehr kurzer Zeit eintreten. Man sollte die Begrifflichkeiten daher möglichst im Zusammenhang verwenden. Grundsätzlich kann man bei Werten von $b \leq 1$ sagen, dass keine Laufzeitabhängigkeit vorliegt.

Die Steigung b in der Weibull-Verteilung wird durch die Streuung geprägt, sie ist aber kein alleiniges Maß hierfür, denn die Standardabweichung der Weibull-Verteilung ist auch von T abhängig.

Im Vergleich bedeuten unterschiedliche b unterschiedliche Ausfallursachen. Eine höhere Belastung in Tests darf nur die charakteristische Lebensdauer T verkürzen, nicht jedoch b verändern, ansonsten ist der Test ungeeignet

Folgende Steigungen stellen Sonderfälle dar:

$b = 1$ Entspricht einer **Exponential-Verteilung** $H = 1 - e^{-\lambda t}$
Konstante Ausfallrate

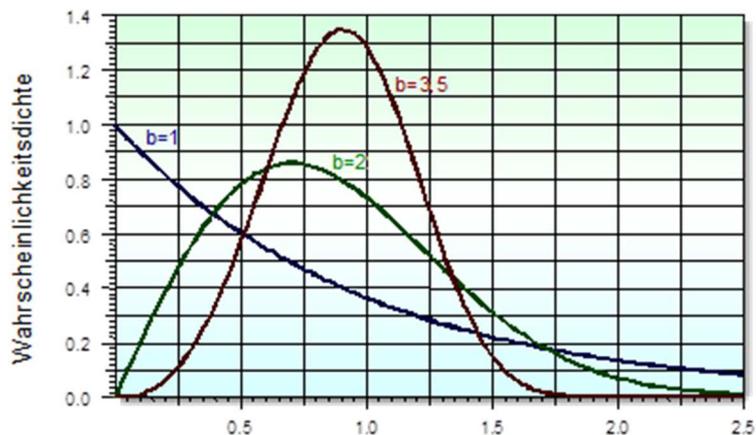
$b = 2$ Entspricht **Rayleigh-Verteilung** Linearer Anstieg der Ausfallrate

$b = 3.2..3.6$ Entspricht einer **Normalverteilung**

Das folgende Bild zeigt die Wahrscheinlichkeitsdichte für die wichtigsten Steigungen:

Hinweise:

Die Interpretation von b ist nur möglich bei Darstellung eines Fehlerbildes. Ansonsten können sich verschiedene Steigungen überlagern.



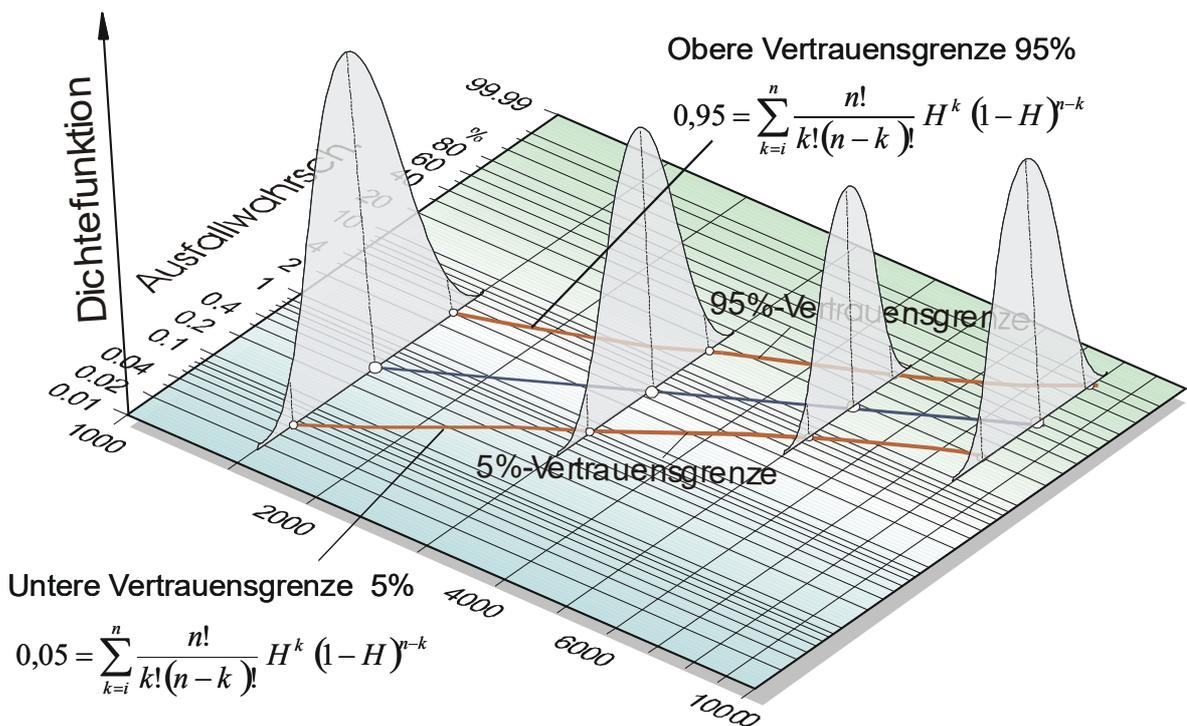
2.3.1 Zusammenfassung und Ursprung der Weibull-Verteilung

- Die Weibull-Verteilung ist eine universelle statistische Verteilung, mit der die unterschiedlichsten Fragestellungen behandelt werden können.
- Heute ist die Weibull-Verteilung für Lebensdauerfragen und Zuverlässigkeit weltweiter Standard.
- Die Weibull-Verteilungs-Funktion ist relativ einfach und mathematisch leicht umformbar.
- Der Namensgeber ist der schwedische Ingenieur und Mathematiker Waloddi Weibull. Er veröffentlichte die Weibull-Verteilung erstmals in den 50er Jahren. Zu der Zeit war sie sehr umstritten.

2.5 Vertrauensbereiche

2.5.1 Vertrauensbereich der Weibull-Gerade

Bei der Weibull-Auswertung handelt es sich praktisch immer um eine Stichprobe. Die Gerade im Weibull-Diagramm entspricht also nur der Stichprobe. Je mehr Teile geprüft oder ausgewertet werden, desto mehr streuen die „Punkte“ um die Weibull-Gerade. Man kann statistisch eine Abschätzung über den Bereich der Grundgesamtheit machen. Hierfür wird ein sogenannter „Vertrauensbereich“ eingeführt. In der Regel gibt man diesen mit 90% an. Die obere Vertrauensgrenze entspricht dann einer Aussagewahrscheinlichkeit von $P_A=95\%$.



Analog hierzu ist die untere die 5%-Vertrauensgrenze. Folgendes Beispiel zeigt die beiden Grenzlinien, innerhalb der sich 90% der Grundgesamtheit befinden. Der Vertrauensbereich berechnet sich aus der bereits eingeführten Beta-Binomialverteilung (Kapitel *Bestimmung der Ausfallhäufigkeiten*), jedoch anstelle von $P_A=0,50$ hier mit $P_A=0,05$ für die untere 5%-Vertrauensgrenze und $P_A=0,95$ für die obere 95%-Vertrauensgrenze:

Die gesuchten Werte des Vertrauensbereiches sind H . Das Problem ist jedoch auch hier, dass man diese Formeln nicht analytisch nach H auflösen kann. Eine Alternative ist die Berechnung über die F-Verteilung. Durch eine Transformation lässt sich der Vertrauensbereich näherungsweise über folgende Beziehungen bestimmen:

$$V_{i,oben} = 1 - \frac{1}{1 + \frac{i}{n-i+1} F_{2i,2(n-i+1),P_A}}$$

$$V_{i,unten} = \frac{1}{\frac{n-i+1}{i} F_{2(n-i+1),2i,1-P_A} + 1}$$

Der Verlauf der Vertrauensgrenzen geht in den unteren und oberen Bereich mehr oder weniger weit auseinander. Dies zeigt, dass Aussagen in diesen Bereichen ungenauer sind, als im mittleren Abschnitt.

2.6 Die ausfallfreie Zeit t_0 (3-parametrig Weibull-Verteilung)

Benötigt ein Bauteil erst einmal eine bestimmte Laufzeit, bis ein „Verschleiß“ auftritt, so hat es eine ausfallfreie Zeit (z.B. muss erst ein bestimmter „Belag verbraucht sein“).

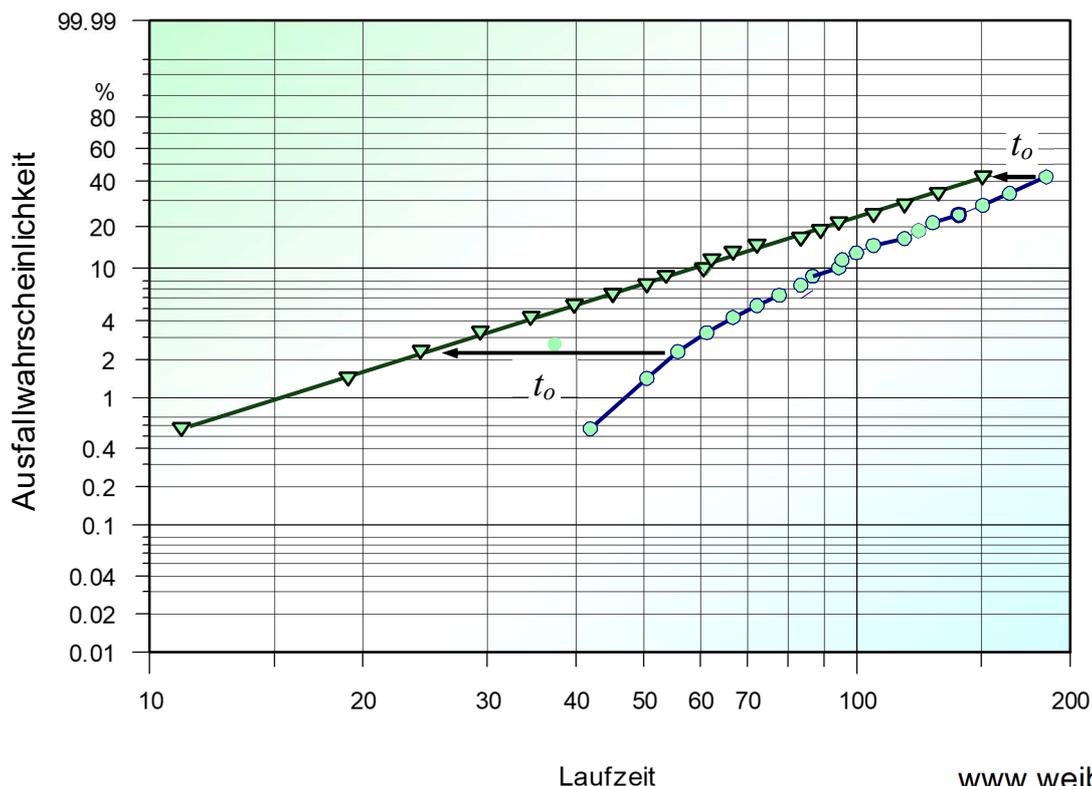
Als Grund für t_0 wird oft auch die Zeit zwischen Produktion und tatsächlichem Einsatzgebrauch genannt. Dies ist nicht in dem hier beschriebenen t_0 enthalten!

Diese ausfallfreie Zeit wird in manchen Softwareprogrammen auch als Schwellwert (Threshold) benannt.

Zur Bestimmung von t_0 gibt es verschiedene Methoden /1/, Eine mathematisch eindeutige Formel gibt es jedoch nicht. Grundsätzlich kann man bei der ausfallfreien Zeit t_0 sagen, dass sie zwischen 0 und dem Wert des ersten ausgefallenen Teiles liegen muß. In der Regel liegt t_0 auch sehr nahe kurz vor dem Wert des ersten Ausfalles.

Es bietet sich folgendes Verfahren an: Man lässt t_0 in kleinen Schritten das Intervall zwischen $t > 0$ und dem ersten Ausfall t_{min} durchlaufen und berechnet bei jedem Schritt den Korrelationskoeffizienten der Ausgleichsgerade. Je besser der Wert des Korrelationskoeffizienten ist, desto genauer liegen die Punkte im Weibull-Netz auf einer Geraden. t_0 ist dann der Wert, bei dem dieser am höchsten ist und sich somit die Ausgleichsgerade am besten approximieren lässt. Grafisch bedeutet dies nichts anderes, als dass die Punkte im Weibull-Netz nach links verschoben um den Betrag t_0 aufgetragen werden, siehe Bild oben.

Die Punkte ergeben dann eine bessere Linearität. Dies liegt daran, weil durch die logarithmische X-Achse der vordere Bereich länger gestreckt ist, als der hintere. Hierdurch wird die Rechtskrümmung der Punkte aufgehoben. Die einzelnen Schritte sind nochmal wie folgt:



2.9 Mischverteilungen

Gibt es unterschiedliche Ausfallmechanismen, bzw. -Ursachen, können die Ausfallpunkte im Weibull-Netz, trotz Verwendung der ausfallfreien Zeit oder der gezeigten Sonderfunktionen, nur ungenügend beschrieben werden.

Dies ist z.B. an dem Bestimmtheitsmaß erkennbar ($R^2 \ll 0,95$), oder der Test auf Weibull-Verteilung wird abgelehnt.

Man unterscheidet:

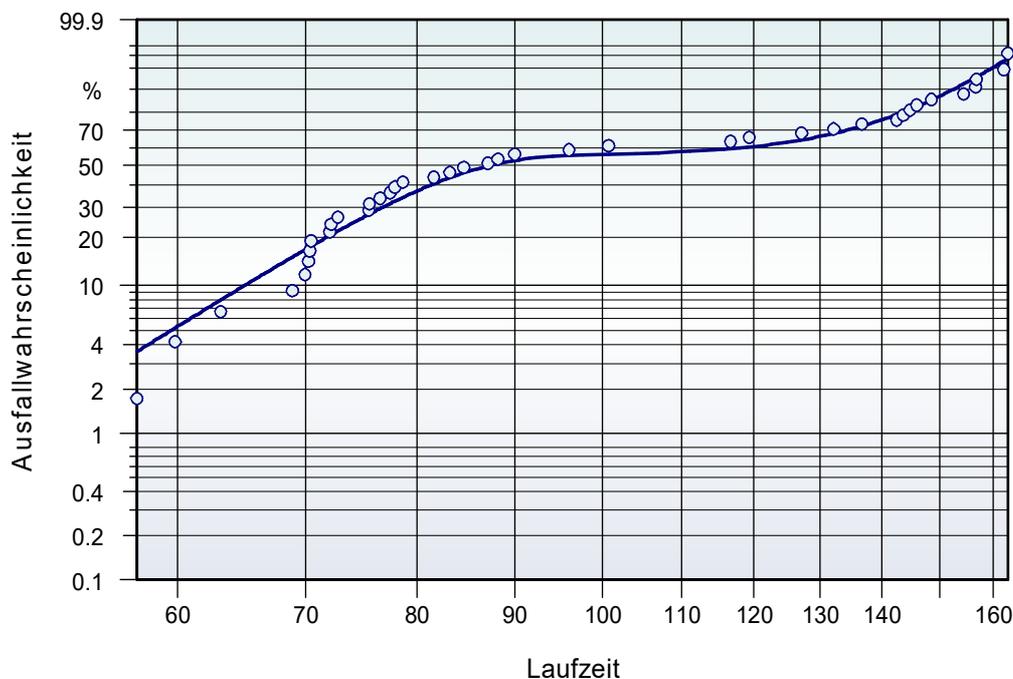
- Konkurrierende Ausfallmechanismen
- Alternative Ausfallmechanismen

Bei zwei vermengten Verteilungen gilt für die Gesamtausfallwahrscheinlichkeit H :

$$T_1 = 80,10589 \quad b_1 = 8,42 \quad T_2 = 147,7359 \quad b_2 = 10,4 \quad q = 0,552$$

$$H = 100\% \cdot \left[q \cdot \left(1 - e^{-\left(\frac{t}{T_1}\right)^{b_1}} \right) + (1-q) \cdot \left(1 - e^{-\left(\frac{t}{T_2}\right)^{b_2}} \right) \right]$$

$$R^2 = 0,988$$



In diesem Beispiel ist ein Fehlergrund der Bruch durch Lunker im Material (Luft einschließen), der andere eine Oberflächenverletzung (Kerbwirkung). Die dargestellte Weibull-Funktion setzt sich aus zwei Weibull-Verteilungen zusammen, wobei jede durch ihr b und T den jeweiligen Fehlergrund abbilden (siehe Interpretation der Steigung b). Damit jedoch die Summe nicht über 100% kommt, wird ein 5ter Parameter q eingeführt. Der Anteil der ersten Verteilung ist in dem Beispiel 0,552 bzw. 55,2%, der zweite entsprechend $1-q = 0,448$ bzw. 44,8%. Es lässt sich schwer sagen, welche Auffallgrund der erste oder der zweite ist. Hierzu ist eine technische Analyse nötig. Der praktische Nutzen ist aber vielmehr zu erkennen, dass es überhaupt zwei Ausfallursachen gibt. Eine Erweiterung dieser Weibull-Mischverteilung auf 3 Ausfallursachen ist möglich, die Anteile wären dann q_1 , q_2 und $1 - q_1 - q_2$.

Die Berechnung der Parameter ist nicht mehr analytisch möglich und müssen iterativ bestimmt werden. Dabei bietet sich in erster Linie wieder die Methode der kleinsten

2.10 Vergleich von 2 Verteilungen

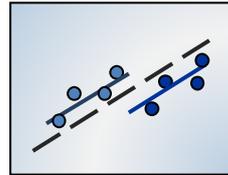
Die Fragestellung, die hier behandelt wird ist z.B. ob eine Konstruktion, ein System oder ein Bauteil zuverlässiger ist, als ein anderes. Hat z.B. die Einführung einer Verbesserungsmaßnahme eine nachweisbare Verlängerung der Lebensdauer gebracht? Die Quantifizierung der Unterschiede kann durch die charakteristischen Lebensdauern T erfolgen $\Rightarrow T_1 / T_2$

In der Statistik definiert man eine sogenannte Nullhypothese, die lautet: Die Verteilungen sind gleich. Die Alternativhypothese ist: Die Verteilungen sind unterschiedlich. Die Frage ist, ob Unterschiede signifikant oder zufällig sind. Zur Bestätigung oder Verwerfung dieser Nullhypothese bietet sich folgendes Vorgehen an:

1. Schritt

Bestimmung von mittleren Parameter

$$T_m = e^{\frac{\ln(T_1) + \ln(T_2)}{2}} \quad b_m = (b_1 + b_2)/2$$

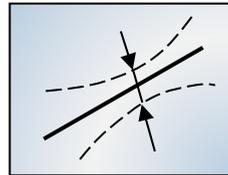


2. Schritt

Festlegung des Vertrauensbereiches

Standard 90% $\Rightarrow \alpha = 10\%$

$\alpha/2 = 5\%$; $1 - \alpha/2 = 95\%$

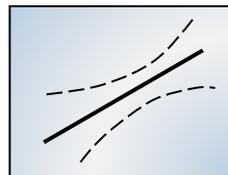


3. Schritt

Vertrauensbereiche der gemeinsamen Weibull-Parameter ermitteln.

(siehe Kapitel 2.5.3 und 2.5.4)

$$b_m \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{1,4}{n}}} \leq b_m \leq b_m \left(1 + \sqrt{\frac{1,4}{n}} \right)$$



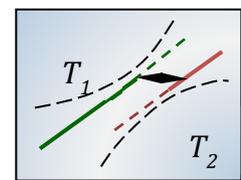
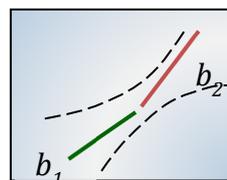
Vertrauensbereich T der Gesamtgeraden

$$T_m \left(\frac{2n}{\chi_{2n, \alpha/2}^2} \right)^{1/b} \leq T_m \leq T_m \left(\frac{2n}{\chi_{2n, 1-\alpha/2}^2} \right)^{1/b}$$

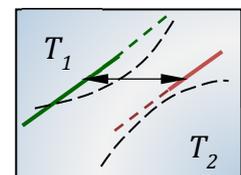
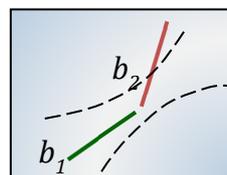
4. Schritt

Liegen b_1 und b_2 bzw. T_1 und T_2 innerhalb der Vertrauensbereiche der Parameter der mittleren Verteilung?

Ja : \Rightarrow Die Nullhypothese, dass Verteilungen gleich sind, wird nicht verworfen.



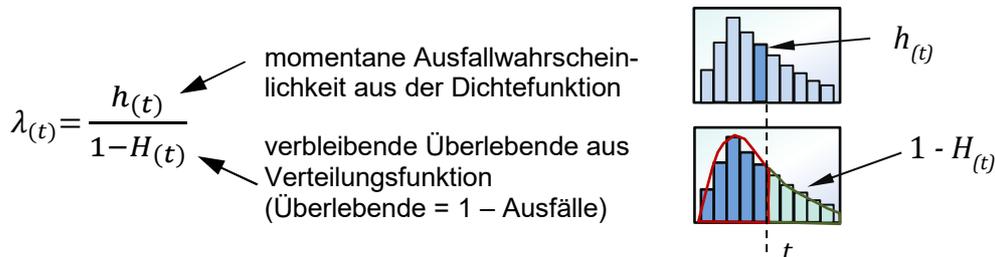
Nein : \Rightarrow Die Nullhypothese wird verworfen – Verteilungen sind unterschiedlich. Hinweis: Es reicht aus, wenn b oder T außerhalb liegen.



3 Weitere Kenngrößen

3.1 Ausfallrate

Die Ausfallrate gibt an, welcher Anteil der bis t noch nicht ausgefallenen Einheiten in dem darauffolgenden Lebensdauerintervall $(t+dt)$ ausfällt. Sie ist eine relative Angabe und nicht zu verwechseln mit der absoluten Anzahl der Ausfälle pro Zeit. Da sich nach einer gewissen Zeit die verbleibende Anzahl der Einheiten reduziert, verringert sich die absolute Anzahl der Ausfälle bei gleichbleibendem Ausfallverhalten:



Über eine Testreihe und der Anwendung der Weibull-Verteilung kann aus den Weibull-Parametern die Ausfallrate wie folgt berechnet werden:

$$\lambda(t) = \frac{b}{T} \left(\frac{t}{T}\right)^{b-1} \quad \lambda(t) = \frac{b}{T-t_0} \left(\frac{t-t_0}{T-t_0}\right)^{b-1}$$

2-parametrig 3-parametrig

Für $b=1$ ergibt sich eine konstante Ausfallrate, die nur von T abhängig ist:

$$\lambda(t) = \frac{1}{T} \left(\frac{t}{T}\right)^{1-1} = \frac{1}{T}$$

Wenn $b=1$ ist, vereinfacht sich die Weibull-Verteilung und es entsteht als Sonderfall die Exponential-Verteilung, mit der sich einfacher rechnen lässt.

$$H = 1 - e^{-\lambda t}$$

Deshalb wird die konstante Ausfallrate häufig in der Elektroindustrie angewendet.

Für technische Komponenten wird die Ausfallrate oft mit Failure in Time - FIT angegeben, insbesondere für elektronische Bauteile.

Die Einheit FIT gibt dabei die Anzahl der Ausfälle an, die in 10^9 Stunden auftreten (114.000 Jahre). Anders herum bedeutet: $1 \text{ FIT} = 10^{-9}/\text{h}$.

Anhaltswerte für elektrische Bauteile sind z.B.:

Widerstand $\approx 1 - 2$

Diode ≈ 3

Transistor ≈ 5

Kondensator $\approx 10 - 50$

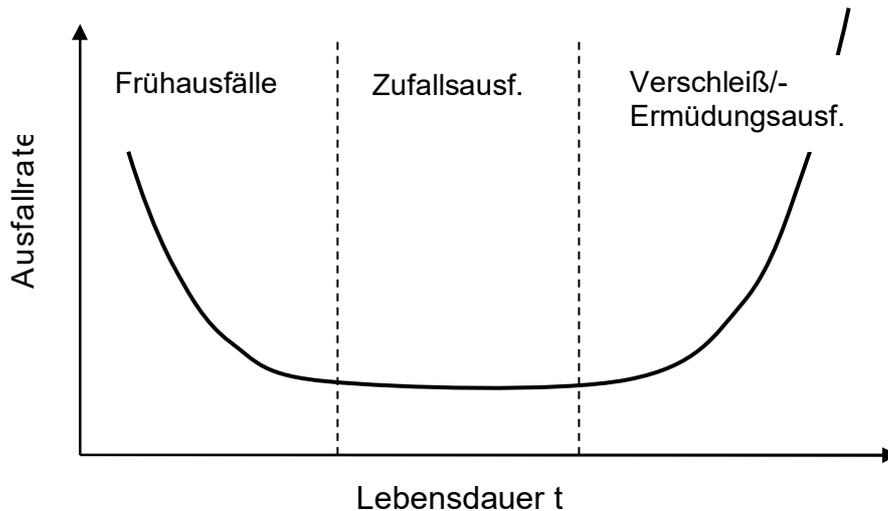
Steckkontakt $\approx 10 - 1000$

Leistungsdiode ≈ 50

Relais, Potentiometer, Integrierte Schaltungen ≈ 200 .

Je nach Ausführung und Herstellungsprozess können auch wesentlich schlechtere Werte vorkommen.

Im Zusammenhang mit der Ausfallrate wird häufig die sogenannte Badewannenkurve genannt:



Jedem der drei Bereiche liegen unterschiedliche Ausfallursachen zugrunde. Dabei sind zur Verbesserung der Zuverlässigkeit entsprechend verschiedene Maßnahmen erforderlich. Weitere Erlauerungen hierzu sind im Abschnitt *Interpretation der Ergebnisse* zu finden.

3.2 Erwartungswert

Der Erwartungswert t_m der Weibull-Verteilung ist definiert durch:

$t_m = T \Gamma\left(1 + \frac{1}{b}\right)$	$t_m = (T - t_o) \Gamma\left(1 + \frac{1}{b}\right) + t_o$	Gammafunktion entspricht der Funktion Fakultät für nicht ganzzahlige Werte. Für ganze Zahlen gilt: $\Gamma(x) = (x - 1)!$
2-parametrig	3-parametrig	

Den Erwartungswert bezeichnet man in der Literatur

- für nicht instand zusetzende Einheiten auch als *MTTF* (Mean Time To Failure), in Deutsch „Mittlere Lebensdauer“.
- Für instand zusetzende Einheiten auch als *MTBF* (Mean Time Between Failures), in Deutsch “Mittlere Betriebsdauer bis zum Ausfall”.

Sonderfall

$$b = 1 \Leftrightarrow \Gamma(1+1/1) = 1 \Leftrightarrow t_m = T$$

Für eine konstante Ausfallrate mit $b=1$ erhält man den Erwartungswert oder *MTTF* aus dem Kehrwert des Parameters λ ($MTTF = 1/\lambda$). Dies ist für die Weibull-Verteilung **nicht** generell gültig.

Weitere Begriffe sind:

MTTFF : Mean Time To First Failure. Die mittlere Lebensdauer bis zum ersten Ausfall wird bei reparierbaren Systemen als *MTTFF* bezeichnet.

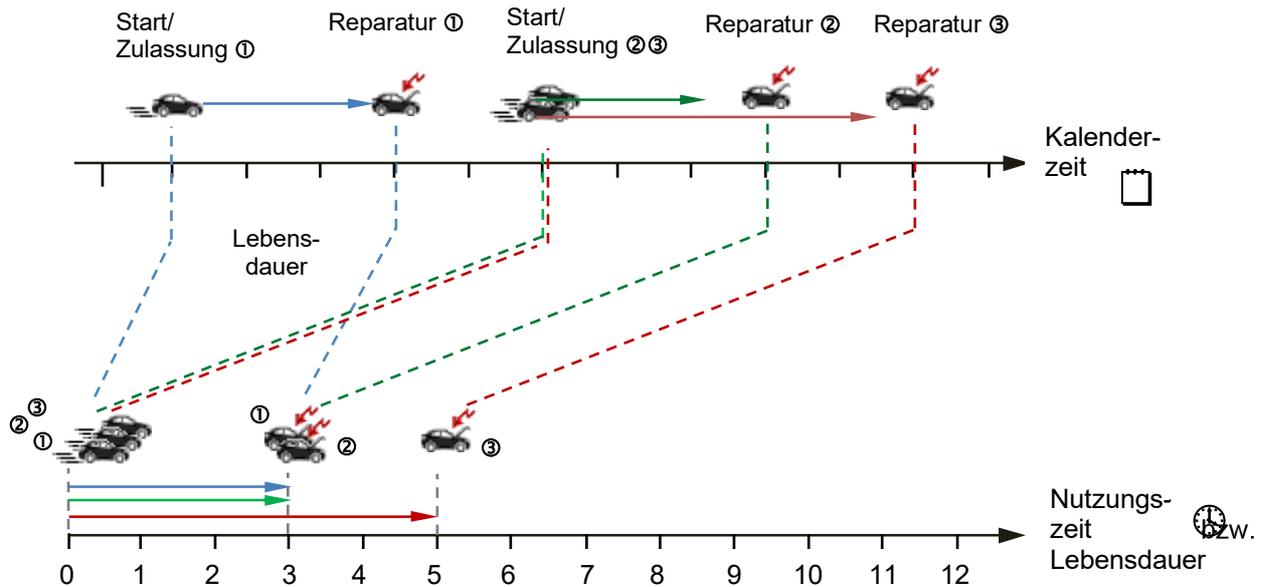
MTTR : Mean Time To Repair. Der Mittelwert der Reparaturzeit bzw. die Instandsetzungszeit wird als *MTTR* bezeichnet.

4.6 Datenaufbereitung für Felddauswertungen

Diese Beschreibung zeigt, wie die Daten der Ausfälle und die der intakten Einheiten richtig aufgeteilt werden. Dies ist notwendig, um z.B. das für zensierte Daten weit verbreitete Johnson- oder Maximum-Likelihood-Verfahren anwenden zu können. Weiterhin geht es um mehrere Fehlermöglichkeiten bzw. Teile in einem System.

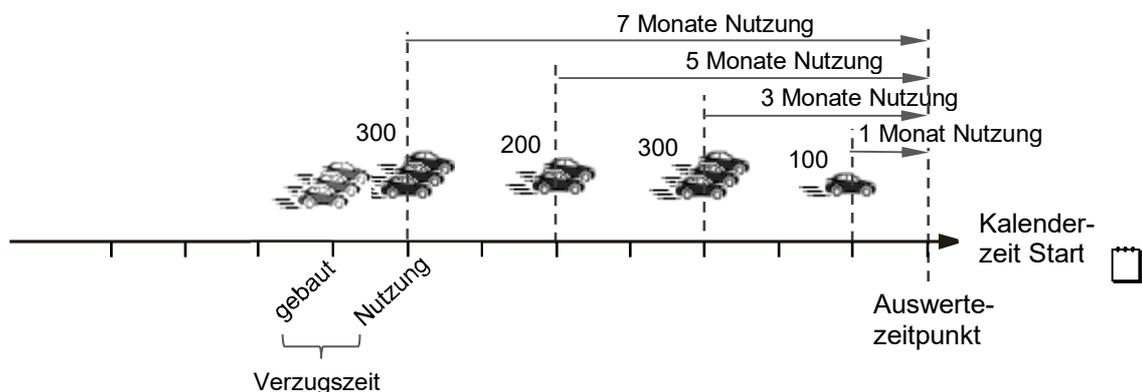
4.6.1 Bestimmung der Lebensdauer und der Nutzungszeit der intakten Teile

Die Nutzungszeit bis zum Ausfall, bzw. die Lebensdauer ist immer die Zeit zwischen dem Start der Nutzung und dem Zeitpunkt des Ausfalles. In der Betrachtung der Nutzungszeit (untere Grafik) spielt der kalendarische Startpunkt keine Rolle.



Die in der unteren Zeitachse dargestellte Nutzungszeit entspricht der X-Achse im Weibull-Diagramm, also der Lebensdauer.

Wie werden nun die intakten (zensierte) Einheiten aufgeteilt und deren Nutzungszeit bestimmt, die sie noch erleben werden? Hierzu schauen wir uns jeweils den Zeitraum vom Start der Nutzung bis zum Auswertzeitpunkt an:



Bei der im Kalenderzeitraum produzierten Stückzahl ist zu berücksichtigen, dass diese Einheiten später in die Nutzung gehen, bzw. später starten. Diese Zeit wird als Verzugszeit bezeichnet. Man geht in der Regel von einer mittleren Verzugszeit von 1-2 Monate aus. Sind der Produktionsmonat und das Zulassungsdatum z.B. bei Fahrzeugen bekannt, so kann die mittlere Verzugszeit hieraus konkret berechnet werden.

Damit ergibt sich die Tabelle der Ausfälle und die Tabelle der produzierten Einheiten:

lung gehorcht regulär ein Lognormalverteilung. Für eine genauere Berechnung der intakten Einheiten kann natürlich auch direkt diese Verteilung verwendet werden.

Für alle Betrachtungen gilt die vereinfachte Annahme, dass die intakten Einheiten die gleiche Ausfallwahrscheinlichkeit haben, wie die vor ihnen ausgefallenen.

4.7 Das Anwärter-Verfahren

Das sogenannte Anwärter-Verfahren nach Eckel /3/ ist im Ergebnis gleichwertig mit dem Johnson-Verfahren. Die Korrektur erfolgt hier jedoch nicht über die Rangzahl, sondern über die Bezugsgröße n . Die Situation kann, wie folgt, im Prinzip dargestellt werden:

Start	Ausfall 1	Ausfall 2	Ausfall 3	Ausfall 4
Bezug Produktionsmenge $n = 567$	Anwärter $N_{an} = 2$ Bezug: $n' = n - 2$ $565 = 567 - 2$	Anwärter $N_{an} = 3$ Bezug: $n' = n - 3$ $564 = 567 - 3$	Anwärter $N_{an} = 4$ Bezug: $n' = n - 4$ $563 = 567 - 4$	Anwärter $N_{an} = 5$ Bezug: $n' = n - 5$ $562 = 567 - 5$
	$H_1 = \frac{1 - 0,3}{565 + 0,4}$ $H_1 = 0,124 \%$	$H_2 = \frac{2 - 0,3}{564 + 0,4}$ $H_2 = 0,301 \%$	$H_3 = \frac{3 - 0,3}{563 + 0,4}$ $H_3 = 0,479 \%$	$H_4 = \frac{4 - 0,3}{562 + 0,4}$ $H_4 = 0,658 \%$

Zu Beginn starten für dieses vereinfachte Beispiel $n = 567$ Fahrzeuge zum gleichen Zeitpunkt. Am ersten Ausfall gibt es 2 Fahrzeuge, die diese Strecke noch nicht erreicht haben. Das sind die ersten „Anwärter“. Mit dem Begriff ist gemeint, dass sie Anwärter auf einen möglichen Ausfall zum nächsten Betrachtungspunkt sind. Wie gesagt, wird hier die Bezugsgröße n korrigiert. Man zieht die Anwärter von der ursprüngliche Produktionsstückzahl ab, womit im Nenner nur noch 565 Fahrzeuge stehen. Der nächste Betrachtungspunkt ist der nächste Ausfall. Hier gibt es in Summe 3 Anwärter, wodurch im Nenner nur noch 564 Fahrzeuge stehen. Dies wird für jeden weiteren Ausfall so weitergeführt.

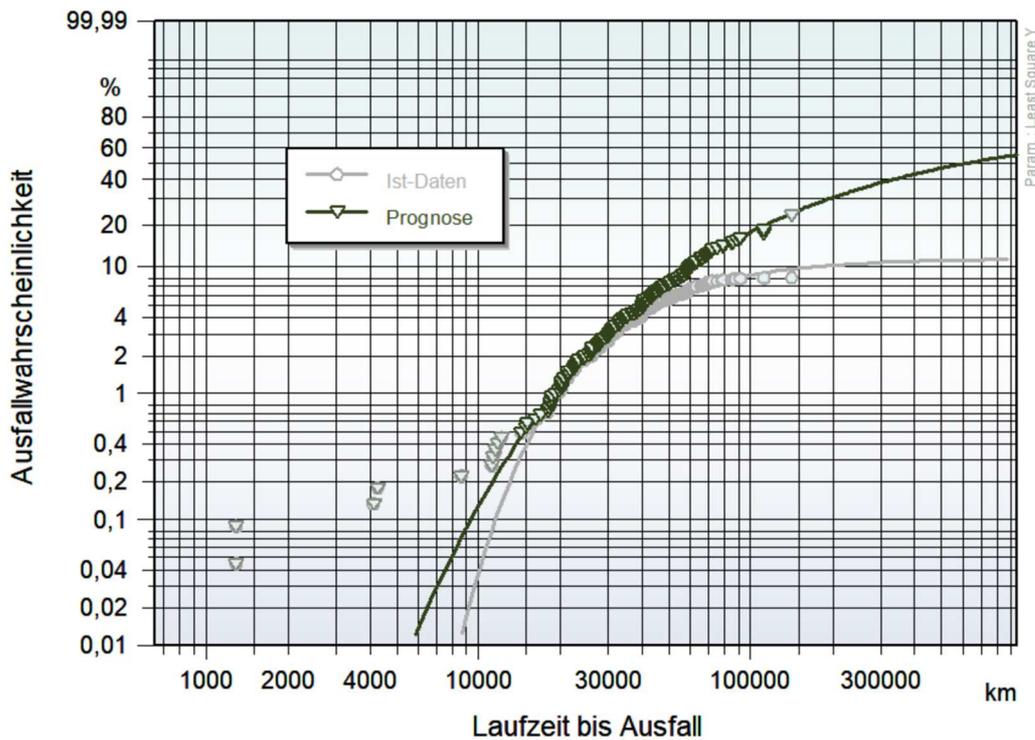
In den unteren Grafiken kann man, wie auch beim Johnson-Verfahren sehen, wie die korrigierte Weibull-Verteilung steiler ansteigt, als die nicht korrigierten Ausfälle. Der Nachteil des Anwärterverfahrens ist, dass die Prognose extrem ausfallen kann, wenn die Anzahl der Anwärter in den Bereich von n kommt, also der Nenner gegen 0 geht. Dieses Problem hat das Johnson-Verfahren nicht, da hier der Zähler korrigiert wird und nicht der Nenner.

Für die Interpretation der Ausfallcharakteristik ist nur die Prognose zu betrachten. Die nicht korrigierte Weibull-Verteilung stellt aber die bereits im Kundendienst angefallenen Reparaturen dar, die in der Regel als Garantiefall abgerechnet werden mussten.

Aus Kostensicht, müsste die Differenz zwischen beiden Weibull-Verteilungen als „Rückstellung“ bilanziert werden, denn die Kosten hierfür fallen erst in der Zukunft an.

Über die bereits beschriebene Laufstreckenverteilung kann bestimmt werden, wie viele Fahrzeuge eine Laufstrecke noch nicht erreicht haben, wo andere einen Ausfall hatten. Eine weitere Beschreibung zeigt das folgende Kapitel.

In der folgenden konkreten Felddauswertung ist die Differenz zwischen den aktuell „abgerechneten“ Fällen (graue Linie) und der Prognose (dunkelgrüne Kurve) erheblich. Bezogen auf 300.000km ergeben sich hier 40% im Gegensatz zu den ca. 10% der grauen Kurve.



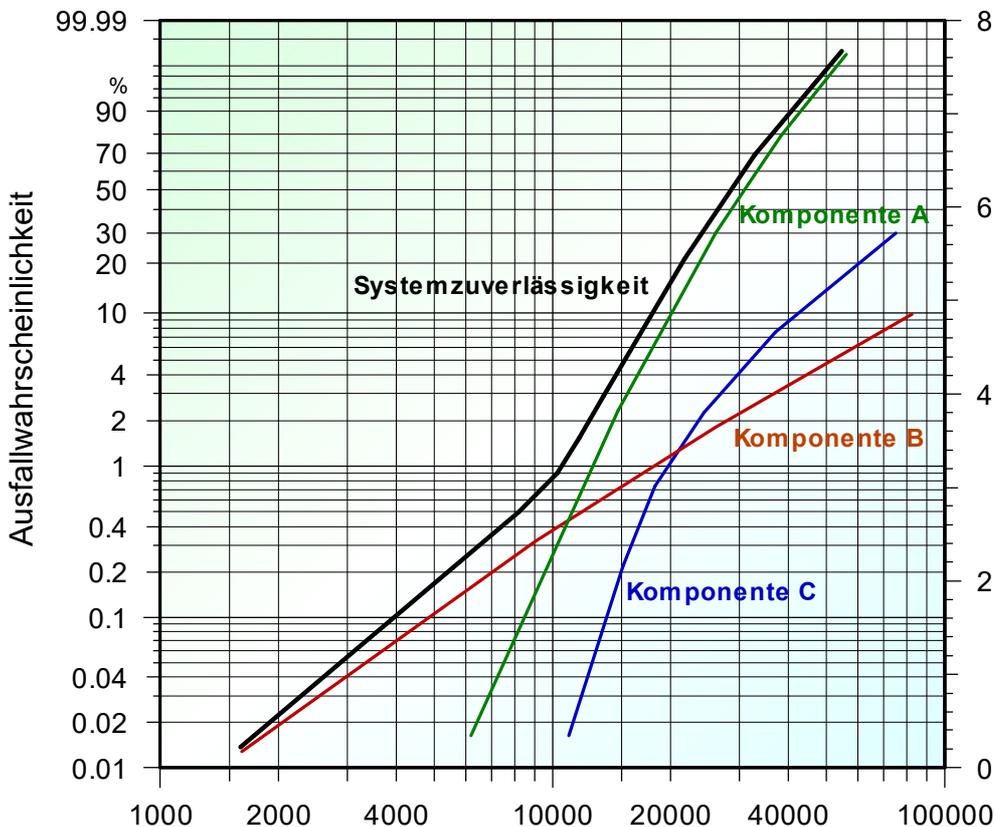
Im Feld gibt es praktisch immer Mischverteilungen, da meistens unterschiedliche Ausfallursachen vorliegen. Deshalb wurden hier die ersten Frühausfälle zur Bestimmung der Weibull-Funktion ausgeblendet.

Als Weibull-Funktion wurde hier die Doppel exponential-Funktion gewählt, die den Auslauf der Punkte am besten beschreibt. Ein Grund für das weitere „Abknicken“ am Ende der Kurve ist meist, dass die Daten nicht mehr vollständig sind. Zum Einem weil die Garantie ausläuft, aber auch weil bei hohen Laufstrecken nicht mehr alle Fahrzeuge in der Nutzung sind (z.B. weil verunfallt, ins Ausland verkauft, etc.). Eine Gerade durch alle Punkte und eine Extrapolation ist im Feld grundsätzlich nicht zu empfehlen!

5 System-Analyse und Gesamtzuverlässigkeit

5.1 Reliability Blockdiagramme RBD

Die verschiedenen Bauteile eines Systems haben in der Regel unterschiedliche Ausfallraten. Im allgemeinen ergibt sich die Gesamtzuverlässigkeit als „Grenzlinie“ der einzelnen Komponenten:



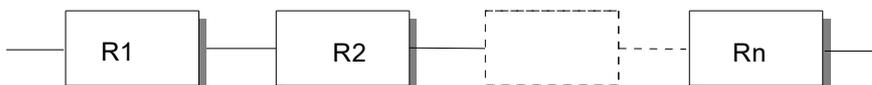
Im dargestellten Beispiel hat Komponente C eine ausfallfreie Zeit. Zu Beginn dominiert die Komponente B, später ist Komponente A maßgebend. Zur Verbesserung der Anfangssituation (Garantiezeit) ist entsprechend Komponente B zu verbessern. Für die weitere Zuverlässigkeit über 10000 km ist Komponente A entscheidend.

!

Das Gesamtsystem wird also geprägt von seinen schwächsten Bauteilen. Entsprechend dem „Pareto-Prinzip“ muss man sich auf diese konzentrieren. Hat man die „verantwortliche“ Komponente entscheidend verbessert, tritt das nächst schwächste in den Vordergrund. Ökonomisch gesehen, ist natürlich zusätzlich das Kosten-Nutzen-Verhältnis entscheidend.

Neben diesen grundsätzlichen Überlegungen ergibt sich mathematisch die Gesamtzuverlässigkeit mit mehreren Komponenten bzw. Bauteilen, in Abhängigkeit des entsprechenden Zusammenwirkens dieser Bauteile.

Sind die Komponenten in „Reihe geschaltet“ (seriell), d.h. ist die Wirkungskette von einer Komponente in die nächste, so ergibt sich die Überlebenswahrscheinlichkeit R_{ges} durch Multiplikation der Einzelüberlebenswahrscheinlichkeiten:



$$R_{ges} = R_1 \cdot R_2 \cdot \dots \cdot R_n = \prod_{i=1}^n R_i$$

Die Systemzuverlässigkeit ist immer schlechter, als das schlechteste Einzelbauteil. Durch jedes zusätzliche Bauteil wird die Systemzuverlässigkeit geringer. Fällt ein Bauteil aus, so wirkt sich dies sofort auf das Gesamtsystem aus. Dabei müssen die Bauteile nicht unbedingt eine technische Verknüpfung miteinander haben. Z.B. fällt ein Fahrzeug aus, wenn entweder der Reifen keine Luft mehr hat, oder der Motor ausfällt. Es gilt zu Berechnung der Gesamtzuverlässigkeit die serielle Schaltung. Da zwischen der Überlebenswahrscheinlichkeit R und der Ausfallwahrscheinlichkeit H der Zusammenhang $H = 1 - R$ besteht, gilt:

$$H_{ges} = 1 - (1 - H_1) \cdot (1 - H_2) \cdot \dots \cdot (1 - H_n) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - H_i)$$

Sind die Komponenten „parallel geschaltet“, so ergibt sich eine Redundanz. Ein Ausfall des Gesamtsystems ist erst gegeben, wenn alle Komponenten ausgefallen sind.

$$H_{ges} = H_1 \cdot H_2 \cdot \dots \cdot H_n = \prod_{i=1}^n H_i$$

und die Überlebenswahrscheinlichkeit

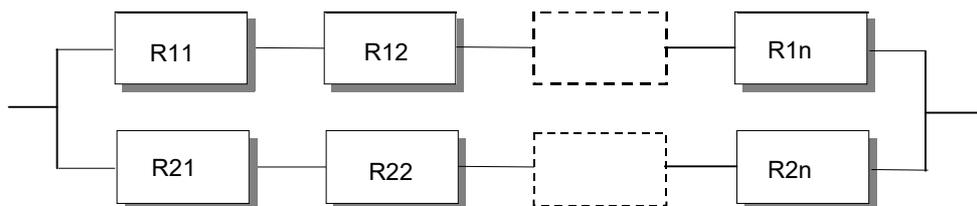
$$R_{ges} = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - R_i)$$

Schließen sich Auftretenswahrscheinlichkeiten gegenseitig aus (z.B. Fehler im Betrieb kann nicht gleichzeitig mit Fehler bei Stillstand auftreten, so müssen die Wahrscheinlichkeiten für das gleichzeitige Auftreten abgezogen werden:

$$R_{12} = 1 - \left[\underbrace{(1 - (1 - H_1)(1 - H_2))}_{\text{wie seriell}} - \underbrace{H_1 \cdot H_2}_{\text{wie parallel}} \right]$$

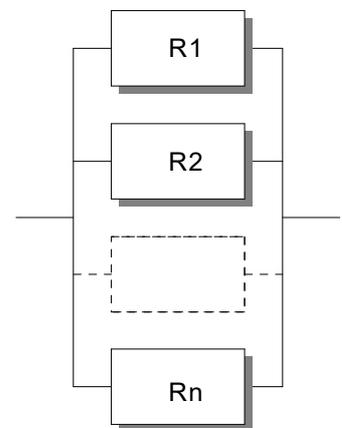
Es lassen sich auch Kombinationen aus seriell und parallel verschalteten Komponenten bilden. Bei zwei seriellen „Strängen“, die parallel verschaltet sind, ergibt sich folgende Überlebenswahrscheinlichkeit:

$$R_{ges} = 1 - \left[1 - \prod_{i=1}^n R_{1,i} \right] \cdot \left[1 - \prod_{k=1}^m R_{2,k} \right]$$



Ein Systemausfall ist gegeben, wenn jeweils innerhalb beider Serienstränge mindestens eine Komponente ausgefallen ist.

Für mehrere Parallelschaltungen, die seriell hintereinander verschaltet sind



Das größte Problem ist die „Beschaffung“ der Zuverlässigkeitszahlen der einzelnen Komponenten. Oft sind nur Schätzungen möglich. Es ist deshalb ratsam in den Darstellungen die Voraussetzungen für die Zahlen anzugeben und evtl. verschiedene Betrachtungsweisen zu erläutern.

Weiterführende Informationen sind unter /12/13/14 zu erhalten.

5.2 Fehlerbaumanalyse FTA

Die Fehlerbaumanalyse, englisch Fault Tree Analysis, kurz FTA, ist eine Art der Systemanalyse von technischen Systemen. Sie basiert auf der booleschen Algebra, um die Wahrscheinlichkeit eines Ausfalls einer Anlage oder eines Gesamtsystems zu bestimmen. Die FTA ist je nach Anwendungsbereich in verschiedenen Bereichen standardisiert, z.B. als internationaler Standard IEC 61025 (EN 61025). In Deutschland ist die Fehlerbaumanalyse Inhalt der nationalen DIN 25424

Das Ziel ist es, mögliche Kombinationen von Ursachen zu bestimmen, die zu bestimmten unerwünschten Ereignissen (Events) führen, dem sogenannten Top Level Event. Die FTA ist in erster Linie eine präventive Methode, wird aber auch im Fehlerfall als Analyse-Tool genutzt. Weitere Eigenschaften der FTA sind:

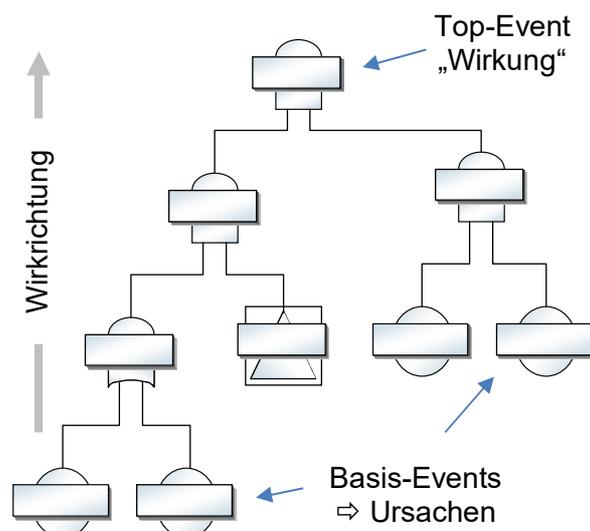
- Hierarchische Baumstruktur zur Darstellung der Zusammenhänge (qualitative Betrachtung).
- Sowohl die Betrachtung der technischen Komponenten, als auch der Betriebs- und Umgebungsbedingungen.
- Berechnung der Wahrscheinlichkeit des unerwünschten Ereignisses (quantitative Betrachtung).
- Identifizierung möglicher Ausfallursachen und deren Kombinationen.
- Vergleich von Varianten.

5.2.1 Grundlagen der FTA

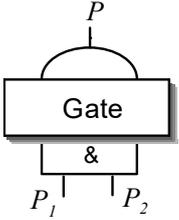
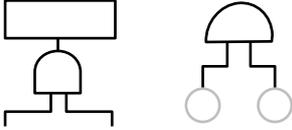
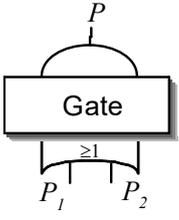
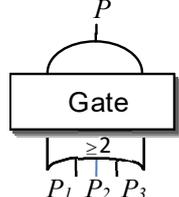
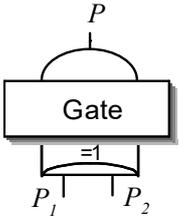
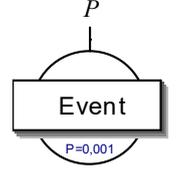
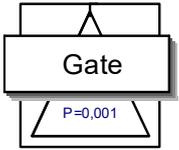
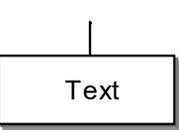
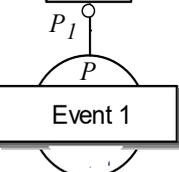
Aufbau und Elemente

Die Verknüpfung der Events wird jeweils durch verschiedene logische Operatoren, die sogenannten Gates hergestellt. Zu den Events gehören u.a. Gerätefehler, Bedienfehler und Softwarefehler, die mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit zu unerwünschten Folgen führen können.

Verwendet wird folgende Symbolik zur Darstellung des Fehlerbaums:



5.2.2 Übersicht der FTA-Elemente und Symbole

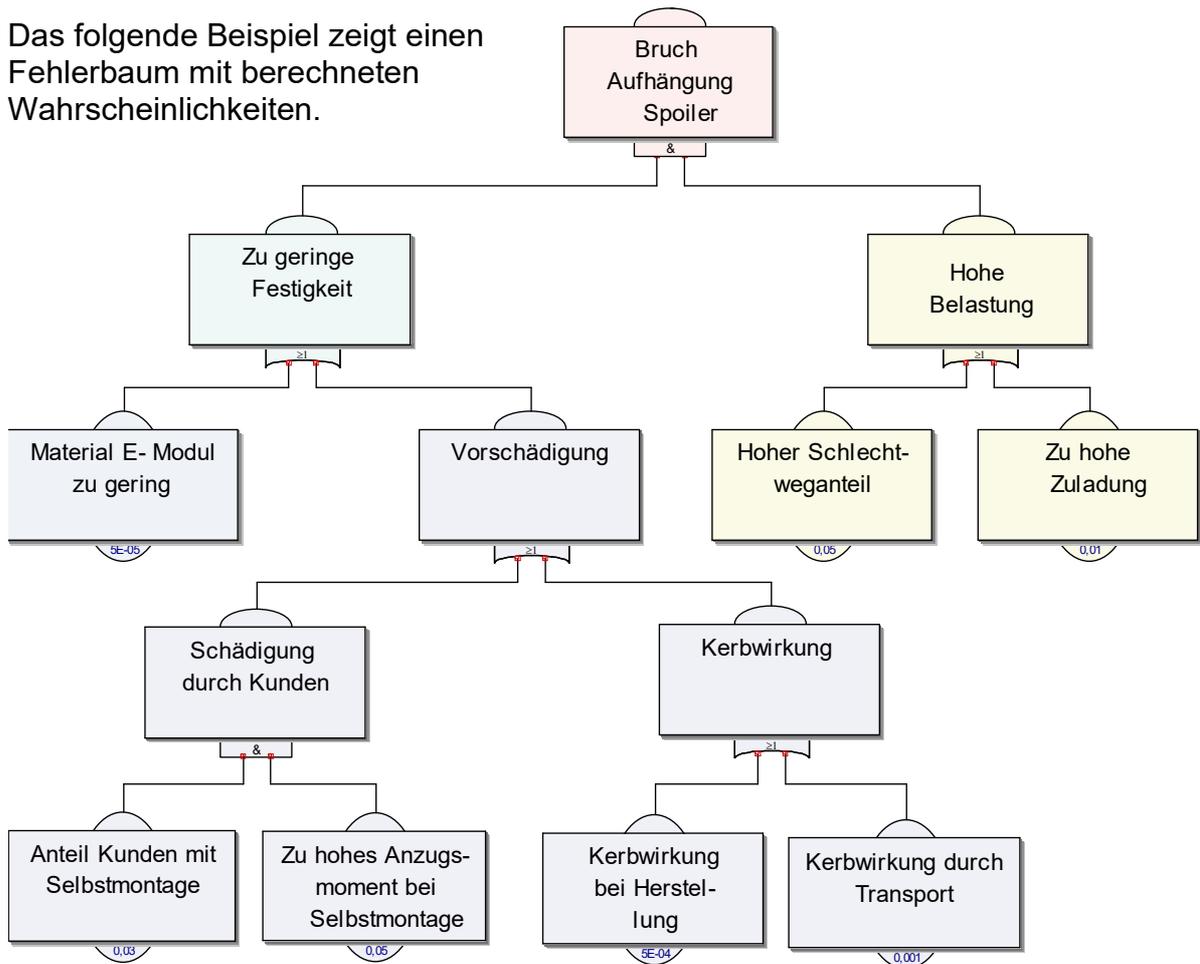
	<p>&</p>	<p>AND-Gate (Und-Gatter) Das Ausgangsereignis tritt nur ein, wenn alle Eingangsereignisse zutreffen.</p>	<p>auch gebräuchlich</p> 
	<p>≥1</p>	<p>OR-Gate (Oder-Gatter) Das Ausgangsereignis tritt ein, wenn mindestens ein Eingangsereignis zutrifft.</p>	<p>auch gebräuchlich</p> 
	<p>≥2</p>	<p>Vote-Gatter (OR-Gate min. 2 Ereignissen) Das Ausgangsereignis tritt ein, wenn mindestens zwei Eingangsereignisse zutreffen. Dafür werden mindestens 3 Eingänge benötigt.</p>	
	<p>=1</p>	<p>XOR-Gate (Exklusiv-Oder-Gatter) Das Ausgangsereignis tritt nur ein, wenn nur ein Eingangsereignis zutrifft, aber nicht mehrere.</p>	
		<p>Basis-Event (Basis-Ereignis) Primäres Basis Ereignis oder Ausfall. Die Wahrscheinlichkeit P wird direkt definiert und stammt z.B. aus Herstellerangaben des Bauteils. Wie beim Zuverlässigkeits-Blockdiagramm ist P von der Zeit (Bauteilalter) abhängig.</p>	
		<p>Sub-Gate (Substrukturelement) An dieser Stelle wird die weitere Darstellung unterbrochen. Die angegebene Wahrscheinlichkeit P repräsentiert die Zusammenfassung weiterer Unterelemente, die nicht weiter dargestellt werden.</p>	
		<p>Neutrales Text-Element Text-Elemente können in Pfade eingebaut werden, um zusätzliche Informationen unterzubringen, oder weitere „Knicke“ darzustellen. Bei mehreren Eingängen wirkt dieses Element wie ein OR-Gate.</p>	
		<p>Negierung Gates können negiert werden. Dies hat zur Folge, dass anstelle von P mit $1-P$ gerechnet wird.</p>	

Der Vorteile der FTA ist die hierarchische Baumstruktur. Im oberen Bereich befinden sich im größeren die grundsätzlichen Zusammenhänge, im unteren immer weiter die Details. Damit stellt die FTA auch eine gute Dokumentation der Zusammenhänge dar, selbst wenn die Wahrscheinlichkeiten nicht angegeben werden (qualitativer Fehlerbaum).

Gegenseitige Beeinflussungen darf es in der FTA nicht geben, die Elemente müssen voneinander unabhängig sein.

Der Fehlerbaum beginnt beim Top-Event an der Spitze. Nach unten hin werden die Fehlerpfade immer weiter runtergebrochen, bis man bei den Basis-Events ankommt, oder bei den Sub-Gates, bei denen die weiteren Details nicht näher ausgeführt werden.

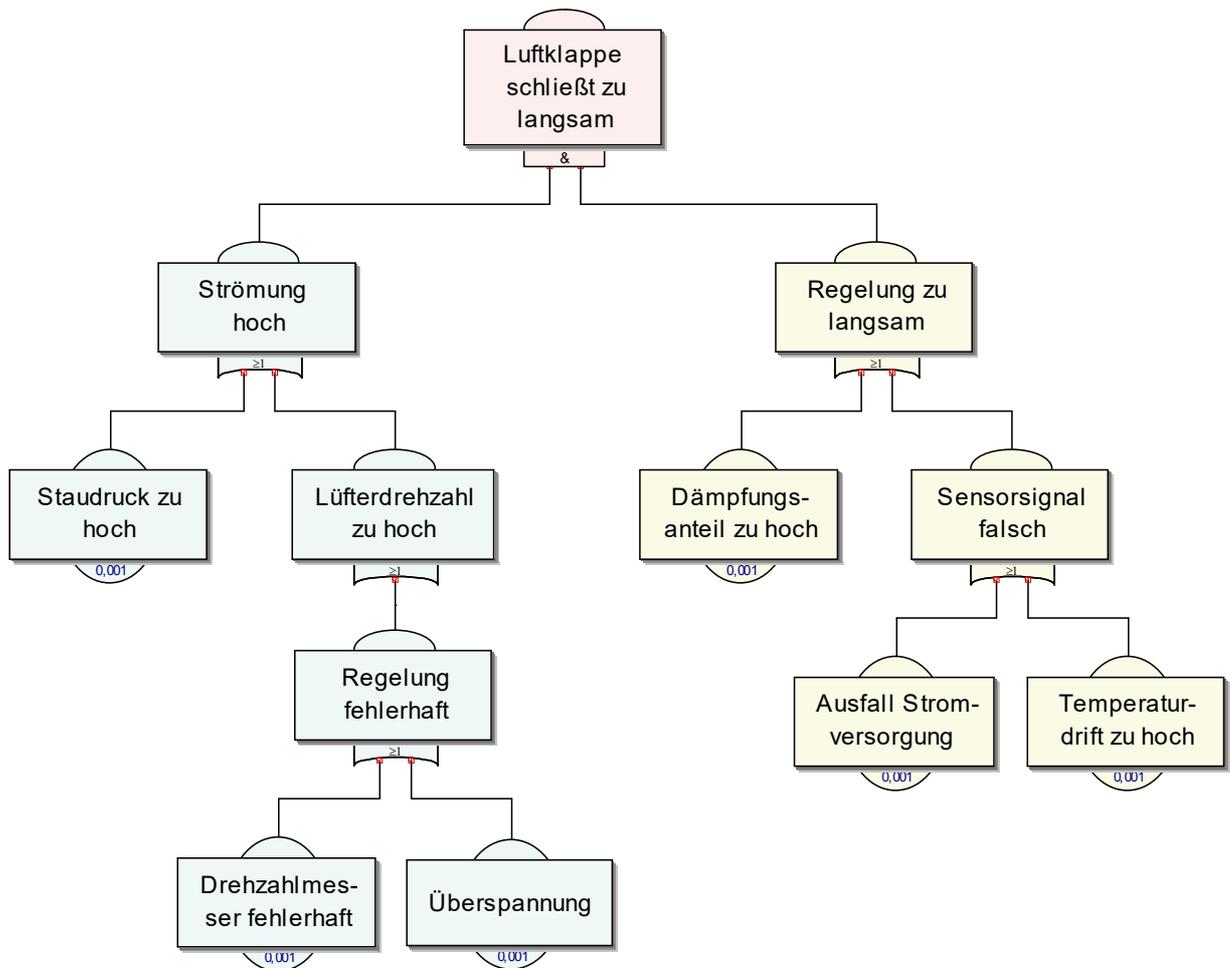
Das folgende Beispiel zeigt einen Fehlerbaum mit berechneten Wahrscheinlichkeiten.



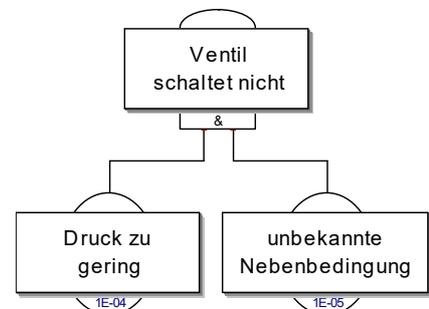
In diesem Beispiel ist das System zunächst aufgeteilt in dessen Eigenschaften (Festigkeit) und was es erfährt (Belastung). Darunter folgen die entsprechenden Zusammenhänge und am Ende die eigentlichen Ursachen (Basis-Events).

Neben dem gezeigten Beispiel ist die FTA besonders für den elektrischen/ elektronischen Bereich geeignet, oder für Steuerungs- und Regelsysteme. Für die reine Betrachtung von Software ist die FTA nicht das richtige Tool.

Das folgende Beispiel zeigt einen Fehlerbaum für eine Luftklappe mit Regelungssystem. Die angegebenen Wahrscheinlichkeiten sind hier nur vorbelegte Werte, denn die Darstellung ist nur eine qualitative Betrachtung.



Die komplette Erstellung des Fehlerbaums setzt voraus, dass man alle Komponenten und Bedingungen benennen kann. Dies ist unter Umständen nicht immer gegeben, wenn z.B. ein Fehler nur temporär auftritt und nicht bekannt ist, was für eine Bedingung hier noch gegeben sein muss. Dies kann zunächst durch einen „Platzhalter“ umgangen werden, der später zu bestimmen ist.



5.2.3 Berechnung der Gates

In der folgenden Übersicht bedeuten

P = Ausfallwahrscheinlichkeit

R = Zuverlässigkeit = 1 - P

E = (Fehler-)Ereignis.

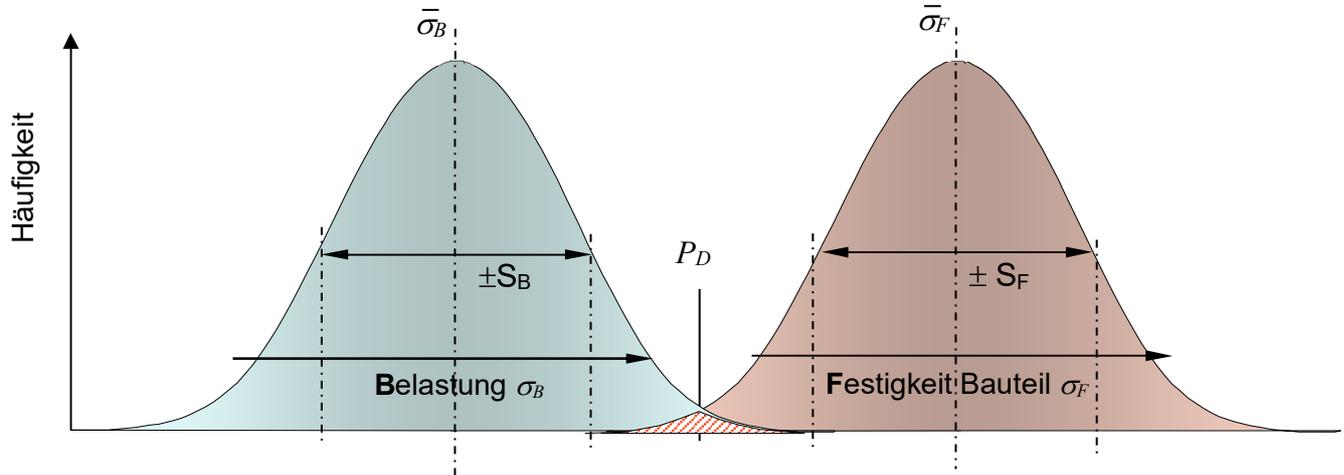
Das Ereignis am Ausgang trifft nur zu, wenn in der letzten Spalte eine 1 steht. Die entsprechende Wahrscheinlichkeit hierfür ist die Summe der Produktwahrscheinlichkeiten (disjunktive Normalform).

Beispielwerte für $P_1 = 0,01$; $P_2 = 0,02$; $P_3 = 0,03$

6 Lebensdauerversuchsplanung

6.1 Belastung gegen Belastbarkeit

Bauteile und deren Toleranzen (rechts dargestellt) sind normalerweise so ausgelegt, dass sie gegenüber der Belastung (links dargestellt) einen entsprechenden Sicherheitsabstand haben (Sicherheitsfaktor = Festigkeit/Belastung = $\bar{\sigma}_F / \bar{\sigma}_B$).



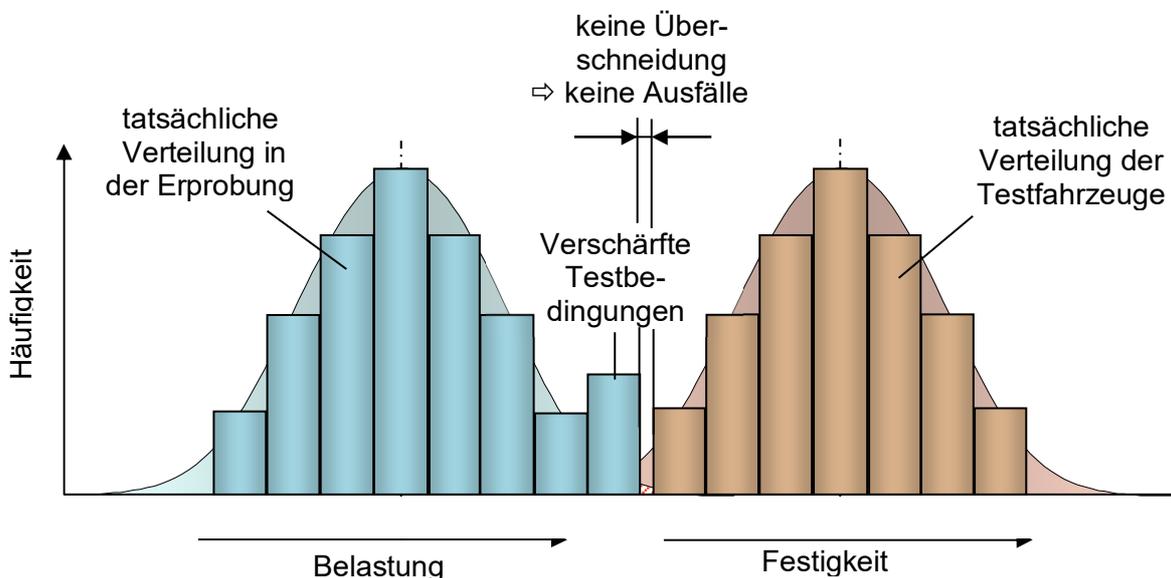
Betrachtet man die Stichproben beider Verteilungen als nicht begrenzt, so ergibt sich eine unvermeidliche Überschneidung. Diese Überschneidung entspricht der Anzahl „Defekte“ bzw. ist die Ausfallwahrscheinlichkeit P_D . Ist die Toleranz der Bauteile geringer, so entsteht eine kleinere Überschneidung. P_D berechnet sich durch:

Die Berechnung bezieht sich streng genommen nur auf Bauteile im Dauerfestigkeitsbereich. Wird diese für den Zeitfestigkeitsbereich verwendet, so ist die Aussage auf eine bestimmte Belastungszeit oder eine Anzahl Belastungszyklen zu beziehen.

$$P_D = 1 - \Phi \left(\frac{\bar{\sigma}_F - \bar{\sigma}_B}{\sqrt{s_F^2 + s_B^2}} \right)$$

mit Φ = Normalverteilung für $\mu = 0$ und $s = 1$

In der Erprobung wird eine bestimmte Anzahl z.B. Fahrzeuge getestet. Die verwendeten Bauteile oder Komponenten sind in ihrer Toleranz und grundsätzlichen Ausführung hinsichtlich ihrer Festigkeit normalverteilt. Da es sich nur um eine Stichprobe mit begrenzter Anzahl handelt, werden die Grenzlagen nur zu einem bestimmten Wert erreicht. Die Belastungen in der Erprobung sind ebenfalls normalverteilt, durch zusätzliche Fahrzyklen wird jedoch eine verschärfte Bedingung simuliert.



Aufgrund des immer noch ausreichenden „Sicherheitsabstandes“ ergeben sich jedoch keine Ausfälle. Eine weitere Verschärfung der Testbedingungen ist aber im Fahrzeug nicht möglich. Es stellt sich die Frage, wieviel Bauteile ausfallen, wenn die gesamte Produktion gefertigt wird (stetiger Verlauf der Verteilung im Hintergrund). Hierbei ergibt sich eine Überschneidung der kleinsten Bauteilfestigkeit mit der größten vorkommenden Belastung.

Im folgenden wird erläutert, wie hierüber eine statistische Aussage gemacht werden kann.

6.2 Success Run

6.2.1 Mindestzuverlässigkeit und Aussagewahrscheinlichkeit

Um eine Aussage über die Zuverlässigkeit eines Bauteiles oder einer Baugruppe zu erhalten, werden vor der eigentlichen Serienproduktion Versuche mit einer begrenzten Anzahl von Versuchsträgern durchgeführt. Dabei werden grundsätzliche Konstruktionsfehler oder Fertigungsfehler relativ sicher entdeckt. Dagegen besteht eine nur geringe Wahrscheinlichkeit, zufällige und mit kleiner Häufigkeit auftretende Schäden festzustellen, wenn im Test keine wesentlich höhere Belastung gefahren werden kann. Dies ist in der Regel bei Fahrzeugversuchen der Fall, im Gegensatz zu speziellen Bauteilversuchen an Aggregateprüfständen bzw. im Labor, die eine Belastungserhöhung von Faktor 2 und mehr erlauben.

Zunächst besteht die Frage, wie groß ist die Wahrscheinlichkeit P_A , dass im Test ein Prüfling ausfällt:

$$P_A = 1 - R_t^n \quad \text{mit } R_t = \text{Zuverlässigkeit (Reliability) bei Testzeit } t \\ \text{für ein Prüfling; } n = \text{Anzahl Prüflinge}$$

Hieraus ergibt sich durch Umstellung:

$$R_t = (1 - P_A)^{1/n}$$

Die Zuverlässigkeit für die Testzeit t errechnet sich wiederum durch:

$$R_t = e^{-(t/T)^b}$$

Für die ausgelegte Lebensdauer t_a gilt eine Zuverlässigkeit R_a :

$$R_a = e^{-(t_a/T)^b}$$

Setzt man diese beiden ins Verhältnis, und definiert $L_V = t / t_a$, so entsteht:

$$\frac{R_t}{R_a} = \frac{e^{-(t/T)^b}}{e^{-(t_a/T)^b}} \quad \rightarrow \quad \frac{\ln(R_t)}{\ln(R_a)} = \frac{-(t/T)^b}{-(t_a/T)^b} = L_V^b$$

Daraus folgt:

$$\ln(R_t) = \ln(R_a) L_V^b$$

$$R_t = R_a^{L_V^b}$$

Zusammen mit der Anzahl Prüflinge $R_t = (1 - P_A)^{1/n}$ entsteht durch Gleichsetzung schließlich:

$$R_t = R_a^{L_V^b} = (1 - P_A)^{\frac{1}{n}}$$

$$R_a = (1 - P_A)^{\frac{1}{n L_V^b}}$$

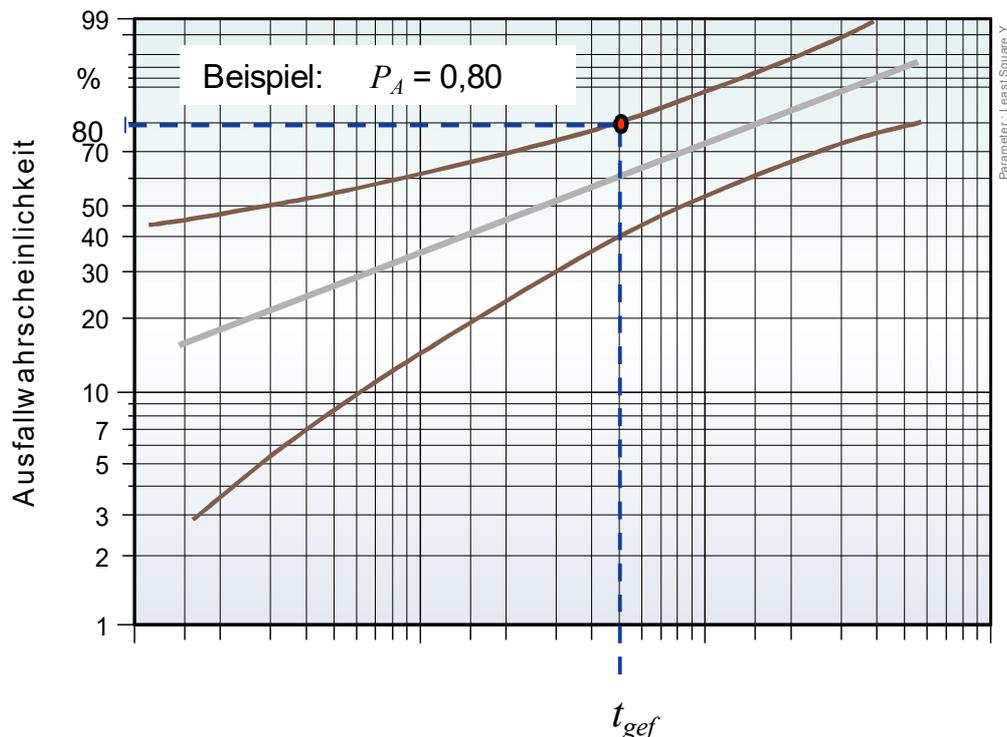
Die Zuverlässigkeit R_a ist als zu „garantierende Mindestzuverlässigkeit“ zu betrachten und es gilt:

$$R_{\min} = (1 - P_A)^{\frac{1}{n L_V^b}}$$

Beispiel: Für eine Aussagewahrscheinlichkeit $P_A = 0,8$ und einem geschätztem $b=2$ ergibt sich folgende Darstellung:

In der 3D-Darstellung erkennt man, dass auf hohem Niveau von L_V und n eine weitere Steigerung keine entscheidende Vorteile mehr bringt.

mit
 R_{\min} = Mindestzuverlässigkeit bei Testzeit t
 n = Anzahl Prüflinge, L_V = Lebensdauerverhältnis, b = Formparameter

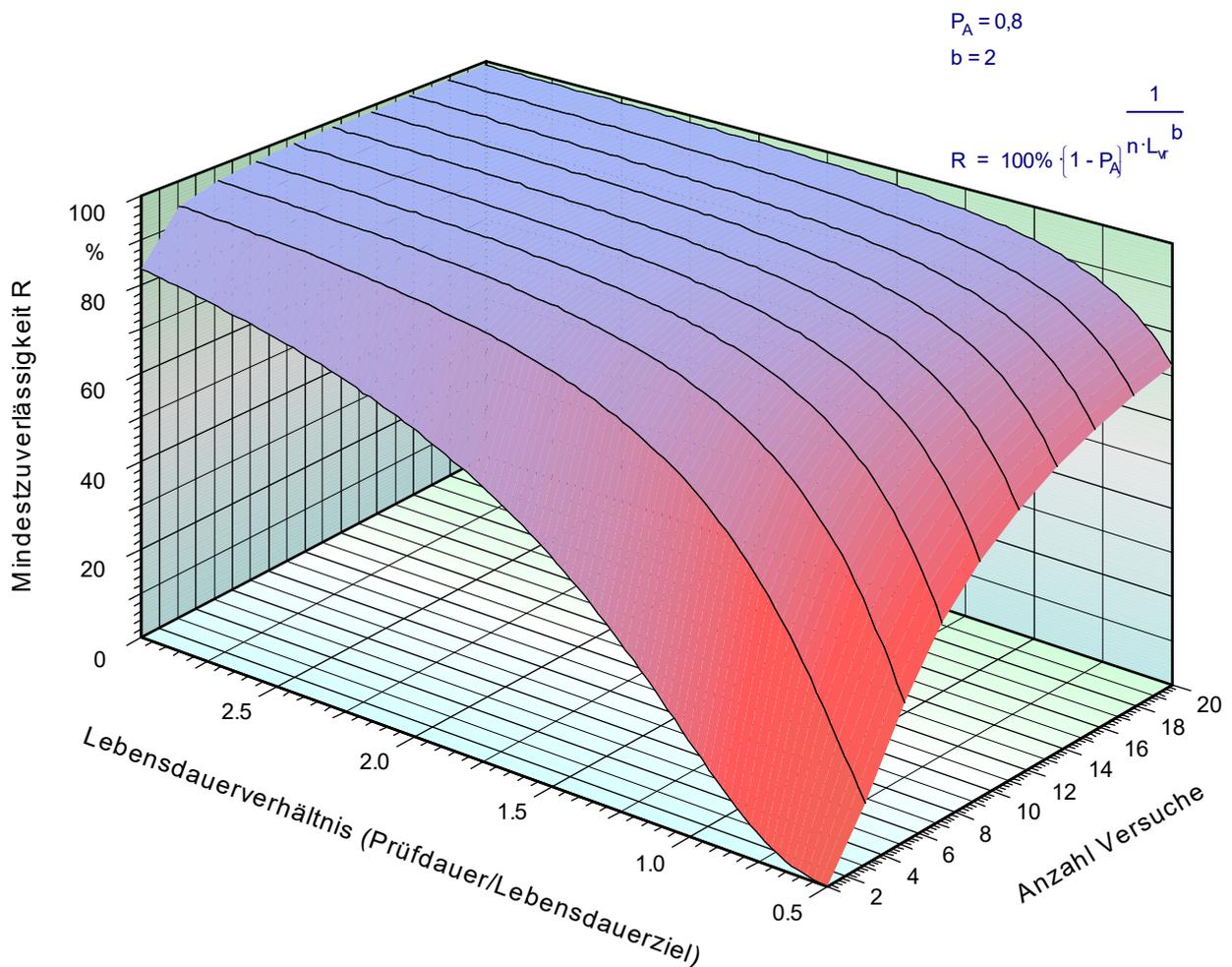
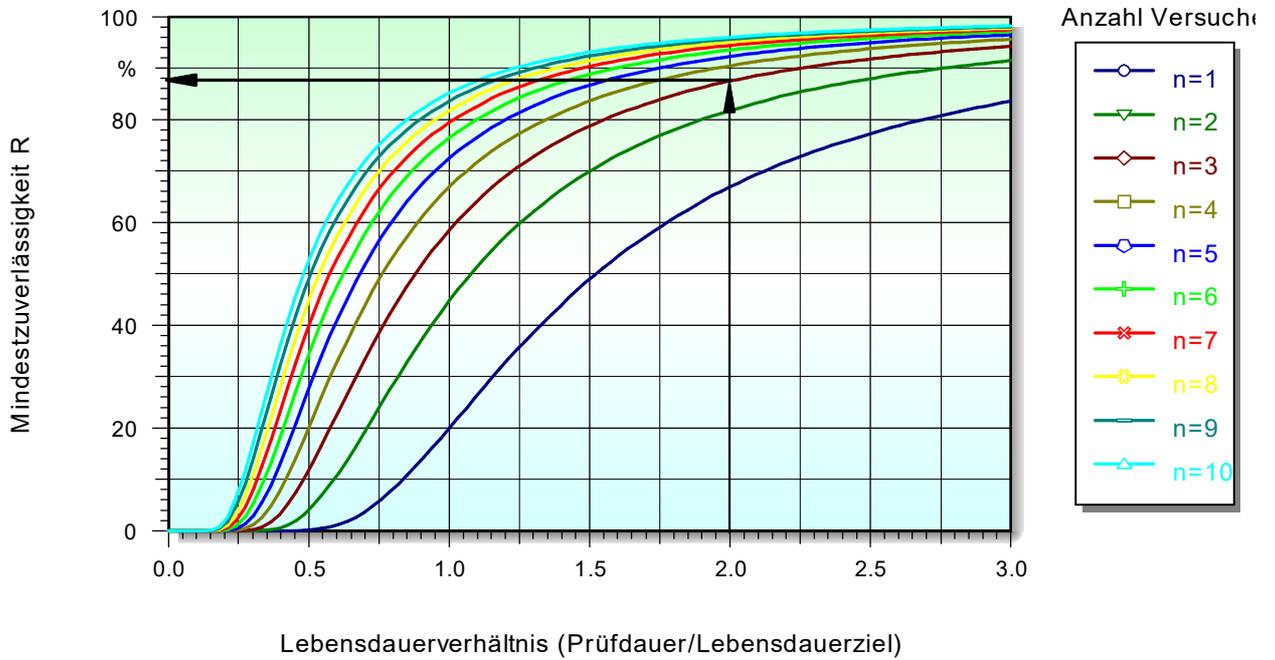


Betrachtet man sich diese Überlegungen im Weibull-Netz, so ergibt sich folgende Darstellung ($P_A = 0,80$ -> obere Vertrauensgrenze; $R_{min} = 90\%$)

$$P_A = 0,8$$

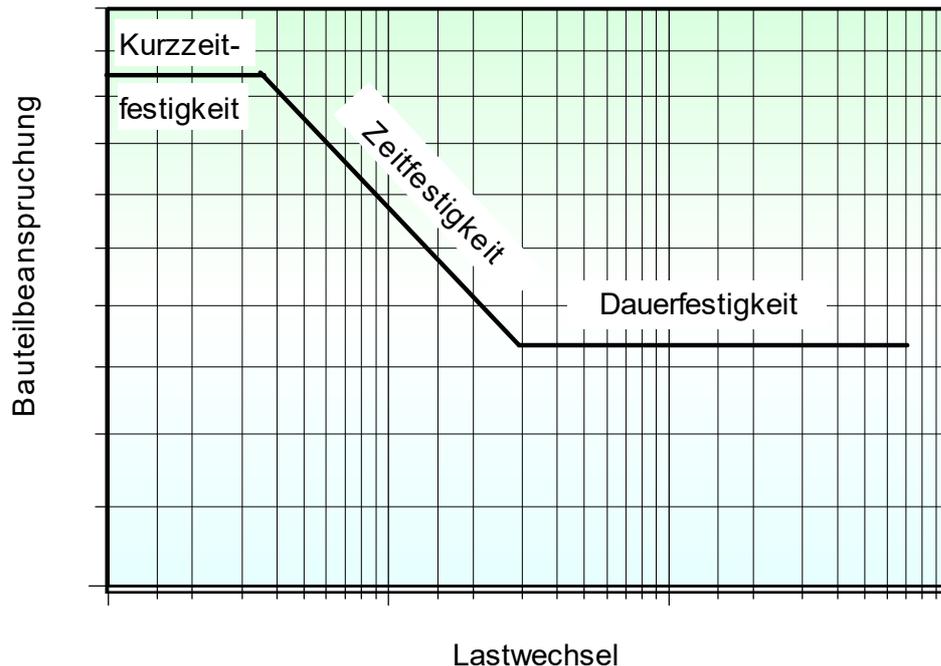
$$b = 2$$

$$R = 100\% \left\{ 1 - P_A \right\}^{L_v \cdot n \cdot \frac{1}{b}}$$



7 Das Wöhlerdiagramm

Im Wöhlerdiagramm wird die Lebensdauer (Lastwechsel oder Laufzeit) eines Bauteils in Abhängigkeit von der Belastung dargestellt.



Der Kurzzeitfestigkeitsbereich überdeckt ca. 10^4 Lastwechsel. Hier ist eine Belastungsgrenze überschritten, bei der es grundsätzlich zu einer Schädigung kommt. Im sogenannten Zeitfestigkeitsbereich besteht mit zunehmender Belastung (Bauteilspannung) eine immer geringer werdende Lastwechselzahl bis zum Bruch. Dieser Bereich ist im doppellogarithmischen Maßstab eine Gerade. Es gilt folgender Zusammenhang nach Palmgren-Miner:

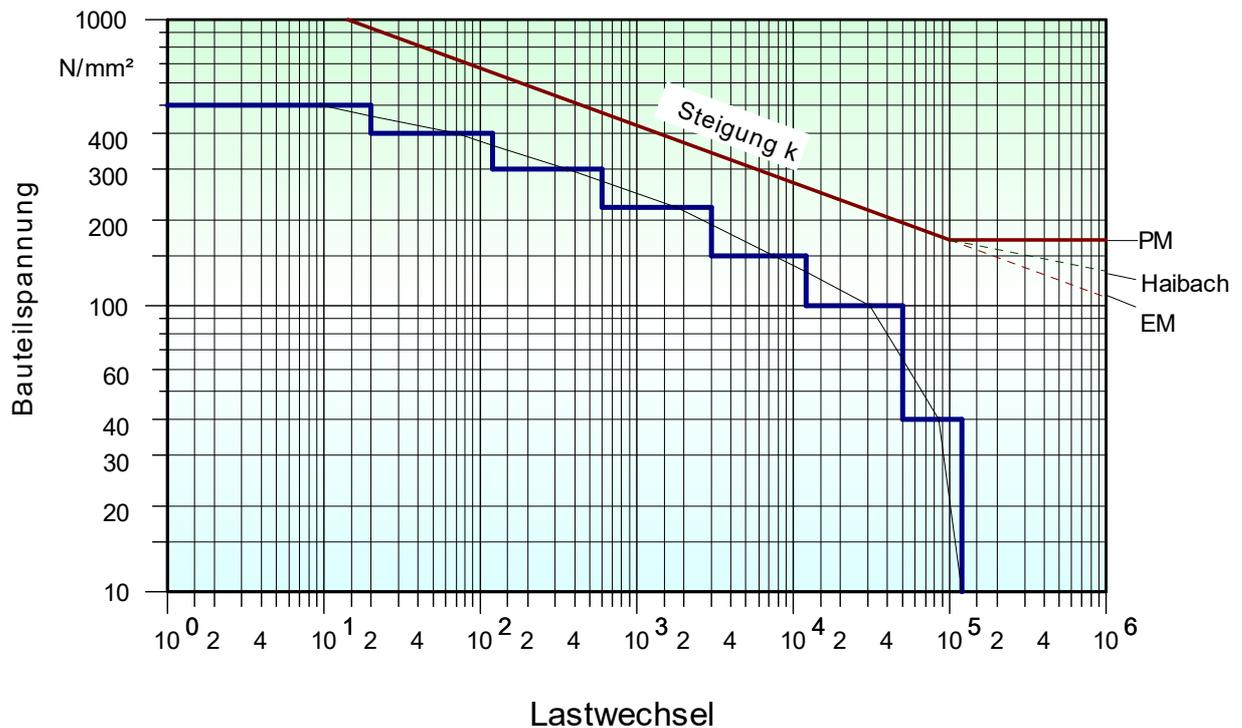
$$N = N_D \left(\frac{\sigma}{\sigma_D} \right)^{-k}$$

mit

- N = Lastwechselzahl
- N_D = Lastwechselzahl ab der Dauerfestigkeit besteht
- σ = Bauteilspannung
- σ_D = Bauteilspannung ab der Dauerfestigkeit besteht
- k = Wöhlerexponent (z.B. Stahl $k=10..11$, Guß $k=13..14$, Alu $k \approx 12$)

$$\sigma = \sigma_D \left(\frac{N_D}{N} \right)^{\frac{1}{k}}$$

Ab einer bestimmten Belastung beginnt der Bereich der Dauerfestigkeit. Ab hier ist die Lebensdauer des Bauteiles nicht mehr von der Lastwechselzahl abhängig. Im tatsächlichen Betrieb gibt es unterschiedliche Belastungen, die man aus Messungen ermittelt und in Kollektive (Stufen) zusammenfaßt.



Die ertragbare Lastwechselzahl berechnet sich nach der Elementar-Miner-Regel (EM -> Weiterführung der Steigung k):

$$N_{EM} = \frac{\sum_{i=1}^n n_i}{\sum_{i=1}^n \frac{n_i}{N_D} \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_D} \right)^k}$$

Die Erfahrung hat gezeigt, dass die einfache Palmgren-Miner-Regel die Lebensdauer als zu gut und die Elementar-Miner-Regel als zu ungünstig angibt. Haibach schlägt deshalb vor, die beiden Bereiche zu halbieren. Dabei wird die Steigung mit $2 \cdot k - 1$ angesetzt

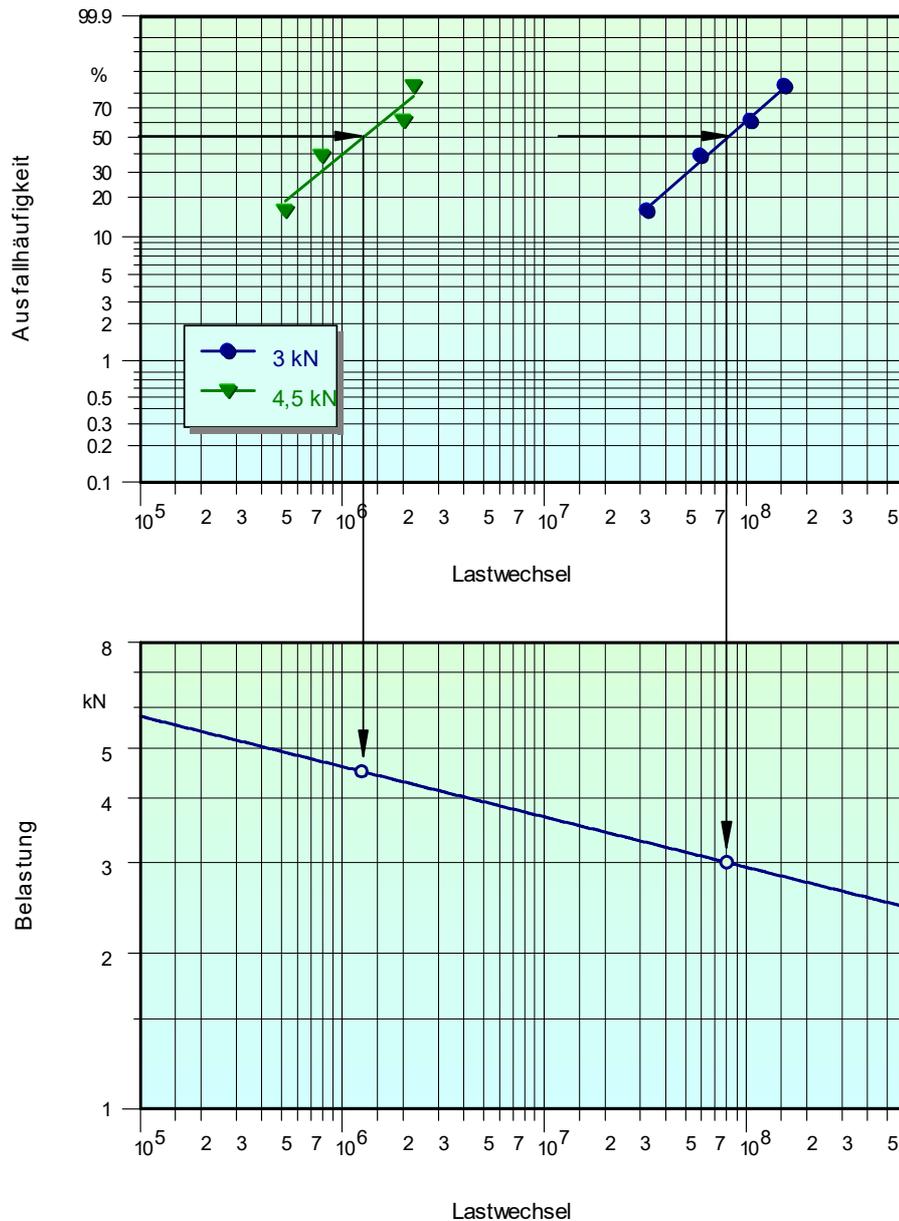
$$N_H = \frac{\sum_{i=1}^n n_i}{\sum_{i=1}^m \frac{n_i}{N_D} \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_D} \right)^k + \sum_{i=m+1}^n \frac{n_i}{N_D} \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_D} \right)^{2k-1}}$$

und es können auch Belastungen unterhalb der Dauerfestigkeit berücksichtigt werden. Der Index m bezieht sich dabei auf die Kollektive bis zum Dauerfestigkeitsknick, also unter σ_D . Aus Erfahrungen hat sich gezeigt, dass Schädigungen unterhalb $0,5 \cdot \sigma_D$ keinen Einfluss haben.

7.1 Wöhlerdiagramm aus Weibullauswertung ableiten

Für die Ausfallpunkte innerhalb einer Kurve im Weibulldiagramm muß gelten, dass alle den gleichen Belastungen unterliegen. Im Wöhlerdiagramm wird dagegen die Laufzeit bzw. Lastwechselzahl in Abhängigkeit von der Bauteilbelastung dargestellt (Ordinate). Dabei kann eine Aussage über eine zu erwartende Lebensdauer für eine bestimmte Belastung gemacht werden. Eine Aussage darüber, wieviel Prozent der Bauteile bei

einer bestimmten Belastung ausfallen werden, kann nicht gemacht werden. Durch Kombination aus Weibullauswertung und Wöhlerdiagramm ist dies je doch möglich.



Für jeden Belastungsfall wird für eine bestimmte Ausfallhäufigkeit, z.B. 50% der Punkt im Weibull-Diagramm nach unten in das Wöhlerdiagramm projiziert. Dabei lässt sich durch Verbinden dieser Punkte die Wöhlerlinie ziehen. Für einen bestimmten Bereich z.B. 5% und 95% Ausfallwahrscheinlichkeit kann auf die gleiche Weise ein Wahrscheinlichkeitsbereich im Wöhlerdiagramm erzeugt werden.

Es zeigt sich in der Praxis, dass die Weibull-Steigungen bei verschiedenen Belastungen unterschiedlich sind, da diese auch einer zufälligen Streuung unterliegen. Da die 5%- und 95% Linien direkt von der Steigung der Weibull-Kurven abhängig sind, ergeben sich im Wöhlerdiagramm entweder aufweitende oder zusammenlaufende Bereiche. Bei höheren Lastwechseln (Laufzeiten bei geringeren Belastungen) erwartet man eine größere „absolute Streuung“ der Testergebnisse.



8 Temperatureinfluss

8.1 Das Arrhenius-Modell

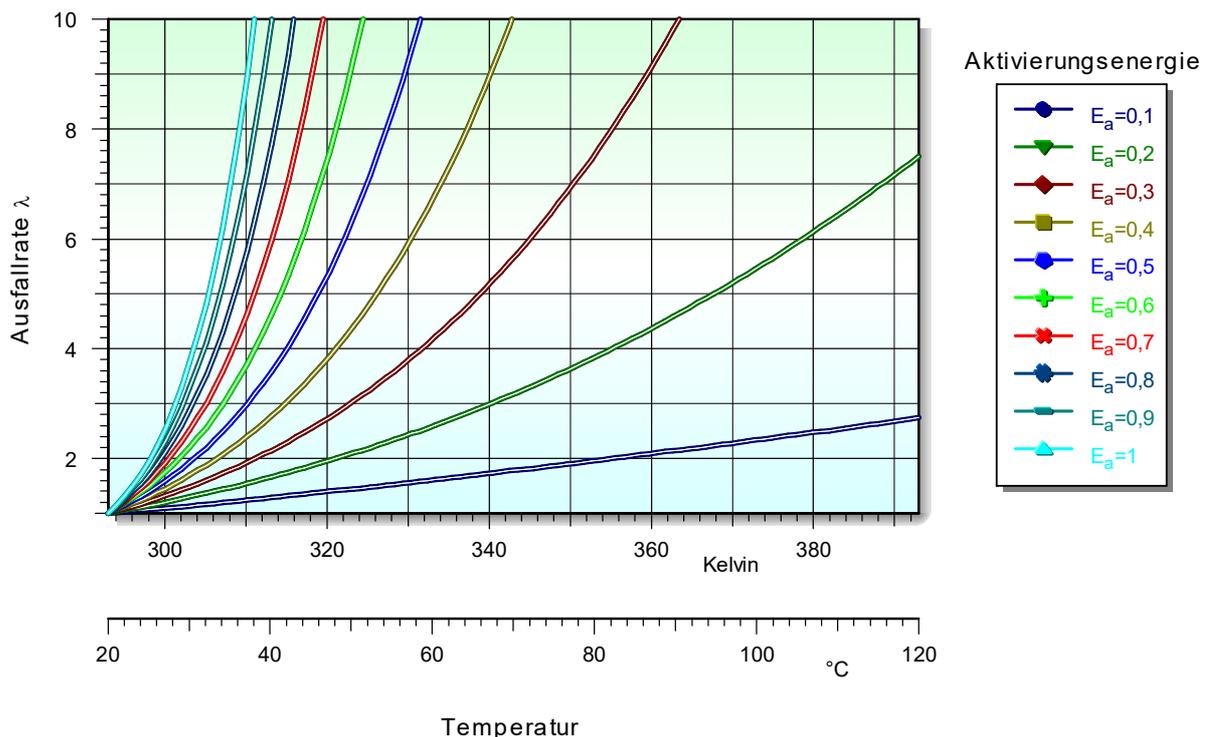
In vielen Fällen (nichtmetallische Werkstoffe) ist die Lebensdauer auch stark von der Temperatur abhängig. Dies ist insbesondere bei Elastomeren und Kunststoffen der Fall, die im immer höheren Maße eingesetzt werden. Zur Darstellung dieser Beziehung wird das Arrhenius-Modell angewendet. Hierbei geht es um eine chemische Reaktion mit einer entsprechenden Reaktionsgeschwindigkeit v . Es gilt:

$$v = v_o e^{-\frac{E_a}{kT}} \quad \text{mit} \quad \begin{array}{ll} v_o & : \text{Proportionalkonstante} \\ E_a & : \text{Aktivierungsenergie (bauteilspezifisch)} \\ K & : \text{Boltzmannkonstante (k=8,617 } 10^{-5} \text{ eV/Kelvin)} \\ T & : \text{absolute Temperatur in Kelvin} \end{array}$$

In bezug auf Ausfallraten gilt, insbesondere für das Ausfallverhalten elektronischer Bauteile:

$$\lambda_1 = \lambda_o e^{-\frac{E_a}{k} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_o} \right)} \quad \text{mit} \quad \lambda_o : \text{Ausfallrate bei Ausgangstemp. } T_o$$

Die Aktivierungsenergie liegt in der Regel zwischen 0,1 bis 1,0 eV. Folgendes Beispiel zeigt die normierte Ausfallrate (für $\lambda_o=1$) im Bereich 20°C – 120°C.



Bei höheren Temperaturen ($T_1 > T_o$) erhöhen sich die Ausfallraten und man kann einen sogenannten Beschleunigungsfaktor definieren:

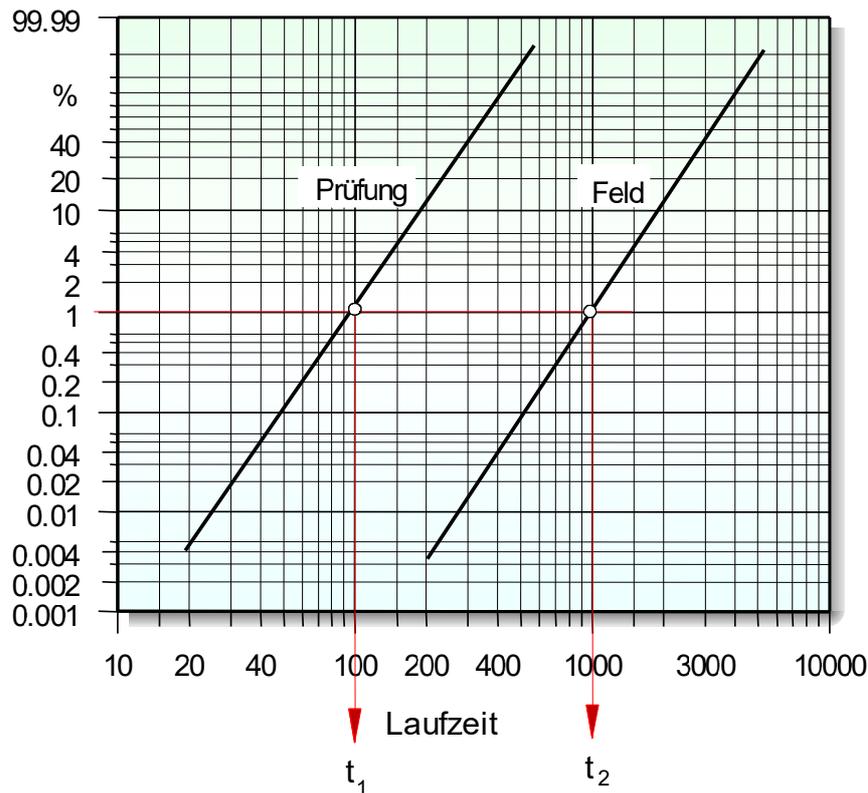
$$A = e^{-\frac{E_a}{k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_o} \right)}$$

9 Raffungstests

9.1 Definition

Ein sogenannter Raffungstest hat zum Ziel die Test- oder Prüfzeit zu verkürzen. Dies ist in der Entwicklung von Komponenten oder Bauteilen praktisch immer notwendig, denn die geforderten „Laufzeiten“ unter normalen Kundenbelastungen wären viel zu lang.

Grundsätzlich muss der Test so beschaffen sein, dass eine realistische Bean-



spruchung vorliegt und keine „Gewaltbrüche“ vorkommen. Im Weibull-Netz bedeutet dies, dass sich die Steigungen der Ausfallgeraden zwischen Test und Feld nicht wesentlich unterscheiden dürfen.

Der Raffungsfaktor κ ergibt sich mit: $\kappa = \frac{t_2}{t_1}$

Bei gleicher Steigung (paralleler Verlauf) ist κ bzw. das Verhältnis t_2/t_1 unabhängig von dem Niveau der Ausfallhäufigkeit.

Je nach Anzahl der Prüflinge stellt sich ein relativ großer Vertrauensbereich für den Test dar. Die Teileumfänge werden im Feld in der Regel wesentlich größer sein ($n_{Prüf} \ll n_{Feld}$), wodurch ein kleinerer Vertrauensbereich entsteht. Ist die Feldbeobachtung vollständig, so fällt der Vertrauensbereich auf die Ausgleichsgerade, denn es wird die Grundgesamtheit dargestellt.

Fall 1: Keine Ausfälle im Test trotz erhöhter Belastung

Bei Tests, in denen kein Ausfall auftritt, kann kein Weibull-Netz erstellt werden. Statt dessen wird mit einer Mindestzuverlässigkeit nach VDA gerechnet.

$$R_{\min} = (1 - P_A)^{\frac{1}{L_V^b n}} \quad \text{bzw.} \quad H_{\max} = 1 - (1 - P_A)^{\frac{1}{L_V^b n}}$$

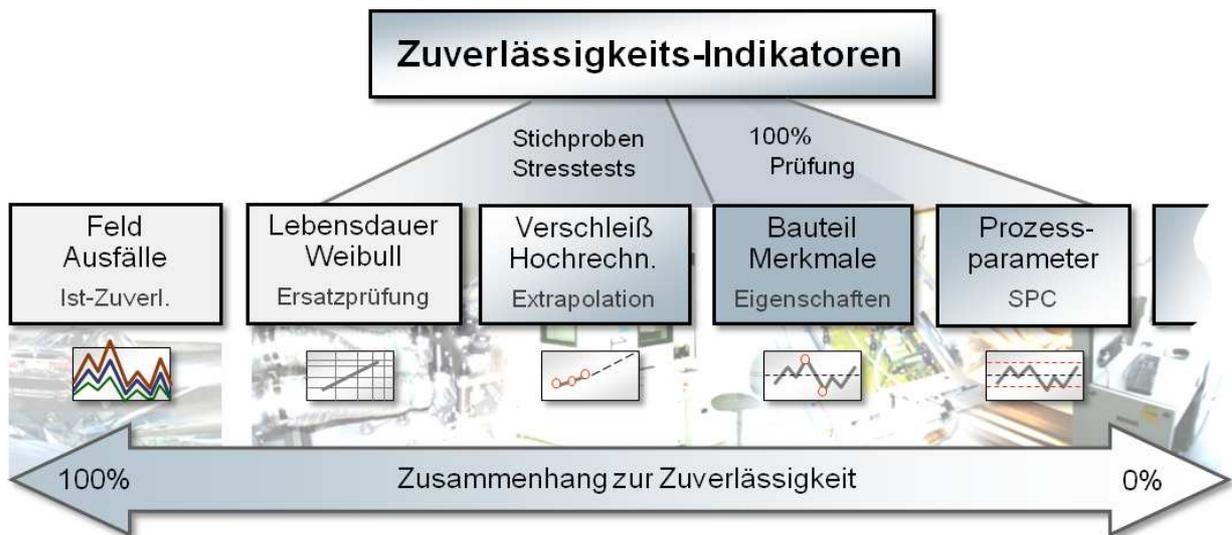
10 Spezielle Methoden und Verfahren

10.1 Zuverlässigkeits-Indikatoren

10.1.1 Definition

Zuverlässigkeits-Indikatoren oder kurz Zuv-Indikatoren haben zum Ziel möglichst frühzeitig lebensdauer- oder beanstandungsrelevante Prozessschwankungen aufzuzeigen.

Hierzu sind Lebensdauerersuche bzw. spezielle Raffungstest gut geeignet. Jedoch ist hier wegen des Aufwandes jeweils nur eine Stichprobe möglich. Ideal ist es ein Merkmal zu definieren, dass mit der Lebensdauer möglichst gut korreliert und für jedes Bauteil gemessen werden kann (vollständige Kontrolle).



10.1.2 Abgrenzung

In der Entwicklungsphase sind Bauteile und Komponenten robust zu entwickeln. Dabei sollten sie so unempfindlich wie möglich gegen unvermeidliche Toleranz- und Prozessschwankungen sein. Erst nach Festlegung des optimalen Designs mit Hilfe von Design of Experiment werden mögliche Zuv-Indikatoren festgelegt.

10.1.3 Bestimmung von Zuv-Indikatoren

Das wichtigste Instrumentarium ist die **Schwachstellen- oder Systemanalyse!** Eine Schwachstellenanalyse behandelt mögliche Probleme. Die Systemanalyse ist eine systematische Untersuchung von Parametern, die in Beziehung zueinander stehen. Für Zuv-Indikatoren werden auch hier Schwachstellen und Lebensdauereinflüsse in den Mittelpunkt gestellt. Die Darstellung erfolgt idealerweise durch ein **Ursachen-Wirkungs-Diagramm** und mit Hilfe der sogenannten Intensitäts-Beziehungsmatrix. In der anschließenden Auswertung des Intensitäts-Beziehungsdiagramms sind Zuv-Indikatoren häufig im sogenannten Reaktiven Feld zu finden (abhängige Größen). Weitere Informationen hierüber sind im Handbuch Versuchsmethoden, Statistik & DoE ausführlich dargestellt.

Als Vorbereitung sind u.a. Informationen aus der FMEA (Produkt + Prozess) sinnvoll. Weiterhin sollten Erfahrungen aus Vorgängerprojekten und einer Versuchsplanung einfließen.

10.1.4 Raffungstests für Zuv-Indikatoren

Zur Verifikation möglicher Zuv-Indikatoren sind Raffungstests notwendig. Hierbei wird meist eine Kombination aus den relevanten Beanspruchungen verwendet. Diese sind in der Regel ein Teil der aufgelisteten (siehe auch Kapitel Raffungstests):

- Kälte – Hitze
- Temperaturwechsel
- Vibration
- Feuchtigkeit, Druck, Temp.
- (Über-)Spannung
- Ein-/Ausschalten
- Spannungsschwankungen
- Druck/Zug usw.

Zu beachten ist jedoch, dass die im Kapitel Highly Accelerated Tests beschriebenen Test für Zuv-Indikatoren meist zu hart sind.

Zusammen mit der Systemanalyse und den Fehlerbildern aus den Raffungstests lassen sich entsprechende Merkmale als Zuv-Indikatoren ableiten. Diese Merkmale lassen sich meist, ähnlich wie SPC-Daten zu 100% kontrollieren.

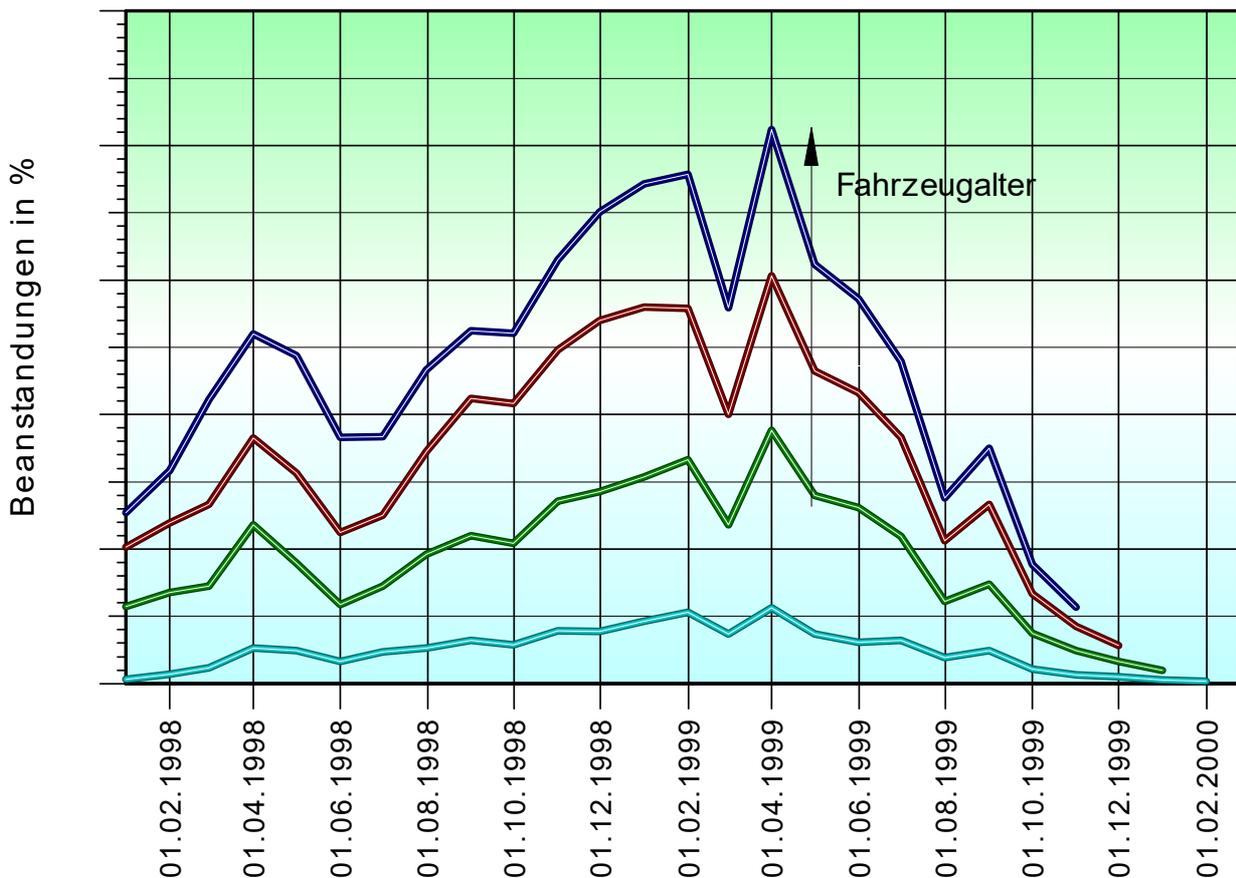
10.1.5 Beispiele für Zuv-Indikatoren

Am Beispiel des Kugelgelenkes wurde der Zusammenhang zwischen Verschleiß und Korrosion durch eine Systemanalyse hergestellt (Ursachen-Wirkungskette). Die Maßnahme der Dichtheitsprüfung ist hieraus abgeleitet der passende Zuv-Indikator.

11 Schichtlinien

11.1 Schichtlinien auf Basis des Produktalters

In den sogenannten Schichtlinien werden die Beanstandungen über dem Produktionsmonat aufgetragen. Dabei stellt man Linien mit konstantem Fahrzeugalter dar, weshalb dieses Diagramm auch Isochronendarstellung genannt wird. Betrachtet man z.B. die Linie mit dem Fahrzeugalter 6 Monate. Alle aktuellen Beanstandungen von Fahrzeugen, die 6 Monate alt sind, werden zu dem aktuellen Zeitpunkt um 6 Monate zurück eingetragen (Produktionsmonat). Alle Fahrzeuge mit dem Fahrzeugalter 12 Monate werden in der nächsten Linie um 12 Monate zurück eingetragen. Im zeitlichen Verlauf, ergibt sich so ein „historischer“ Verlauf der Beanstandungen.



In der Regel ist es so, dass die produzierten Teile in Ihrer Toleranz und Eigenschaft, sowie im Montageprozess von Monat zu Monat unterschiedlich sind, es zeigen sich meist stark schwankende Verläufe.

Vorteile der Schichtlinien

- ⇒ Überblick über die Qualitäts- und Prozess-Veränderung in der Produktion
- ⇒ Zuordnung von Massnahmen in der Serie möglich

Nachteile

- ⇒ Ursachen der Beanstandungen werden nicht aufgezeigt

20.5 Übersicht der Verteilungen

Grundsätzlich unterscheidet man zwischen einer Dichtefunktion und einer Verteilungsfunktion. Unter dem sonst häufig allgemein verwendeten Begriff >Verteilung< ist hier die Summenverteilung zu verstehen, d. h. das Integral der jeweiligen Dichtefunktion. Im folgendem werden die wichtigsten Verteilungen dargestellt.

20.5.1 Stetige Verteilungen

Normalverteilung / Häufigkeitsverteilung / Histogramm

In einer Häufigkeitsverteilung wird die Häufigkeit gleicher Werte dargestellt. Angenommen es liegen in Spalte A die dargestellten Werte vor, bei denen es sich z.B. um Durchmesser einer gedrehten Welle handelt. Alle Werte gleicher Größe werden gezählt und die Häufigkeiten in die folgende Spalte geschrieben.

A	B
9,98	1
9,99	
9,99	2
10	
10	
10	3
10,01	
10,01	2
10,02	1

⇒

A	B
9,98	1
9,99	2
10,00	3
10,01	2
10,02	1

Zusammengefasst ergibt sich also folgende Tabelle:

Der Mittelwert \bar{x} und die Standardabweichung s berechnet sich über mit

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

wobei n hier für die Anzahl der Daten steht. Mit diesen Angaben kann die sogenannte Gauß- oder Normalverteilung ermittelt werden, die als Kurve dargestellt wird (sogenannte Glockenkurve). Die Normalverteilung hat in der Praxis eine große Bedeutung. Sie ist der mathematisch idealisierte Grenzfall, der sich immer dann einstellt, wenn sich viele voneinander unabhängige Zufallseinflüsse addieren.

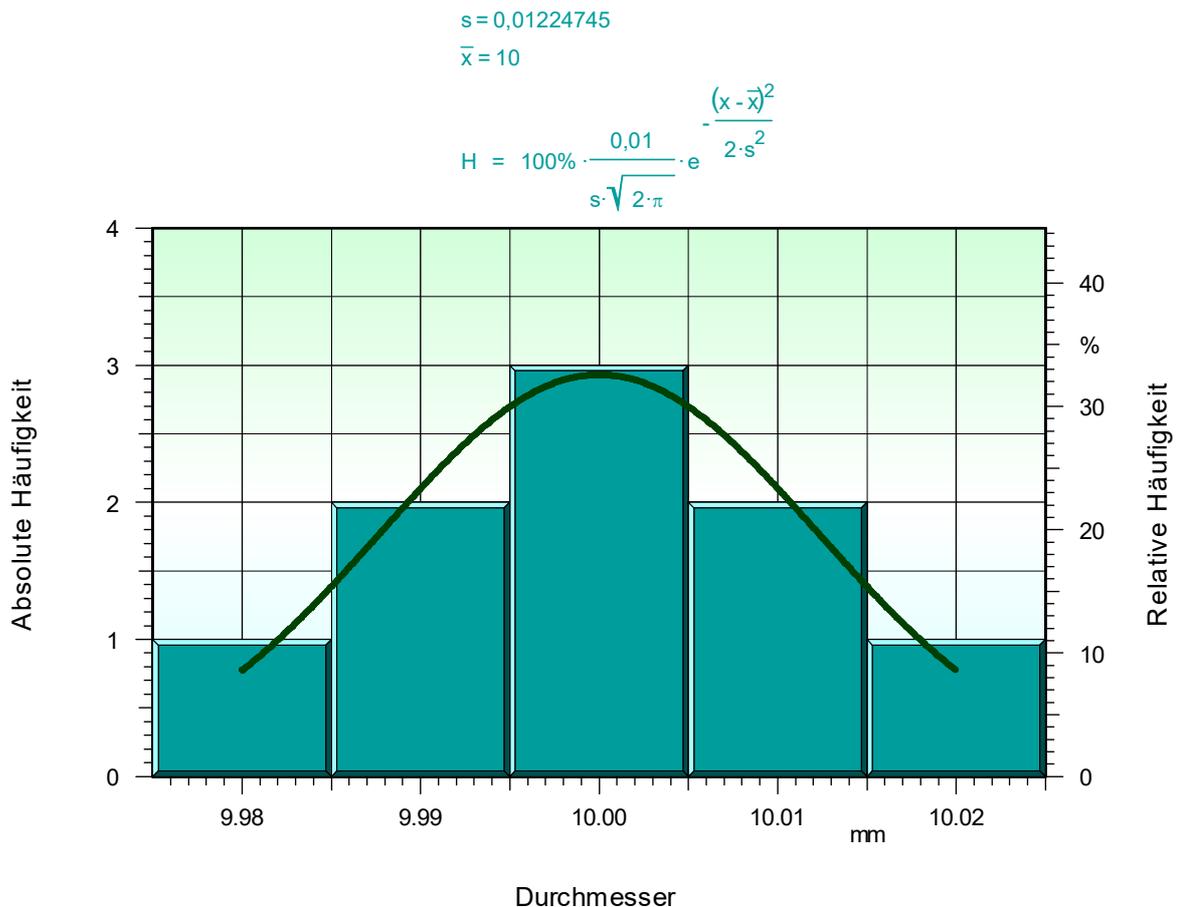
Allgemein lautet die Dichtefunktion:

$$H = \frac{1}{\sqrt{2\pi s^2}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2s^2}} \quad \text{und für klassierte Daten} \quad H = K \frac{1}{\sqrt{2\pi s^2}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2s^2}}$$

mit

- H : Häufigkeit (normiert auf 1, in % mal 100)
- s : Standardabweichung
- \bar{x} : Mittelwert
- K : Klassenbreite

Für die Approximation an klassierten Daten muss die Dichtefunktion um die Klassenbreite erweitert werden, damit die entsprechenden Einzelhäufigkeiten, bezogen auf die Einheiten, richtig berücksichtigt werden.



Für die Darstellung müssen die Daten aufsteigen sortiert werden. Oft ergeben sich in der Praxis Messreihen, deren Daten sehr eng zusammenliegen. Genau gleich große Werte kommen nur selten oder gar nicht vor. Die Häufigkeitsverteilung würde jeden Wert nur einmal feststellen. In diesem Fall verwendet man eine Klassierung, d.h. man bildet Bereiche innerhalb derer sich die Daten befinden und erzeugt so eine Verbesserung der Häufigkeiten. Die Klassierung erfolgt nach der Formel:

$$\text{Wert} = \text{Runden}(\text{Wert}/\text{Klassenbreite}) \cdot \text{Klassenbreite}$$

Summenhäufigkeit / Wahrscheinlichkeitsnetz

Die Summenhäufigkeit oder das Wahrscheinlichkeitsnetz stellt die Summe der Häufigkeiten vom kleinsten Wert bis zum betrachteten Punkt x_i dar. Die Summenkurve ist das Integral der Dichtefunktion. Für die Normalverteilung gilt:

$$H = \int_{-\infty}^{x_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi s^2}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2s^2}} dx$$

Konkrete Datenwerte trägt man in ihren Häufigkeiten über den zugehörigen oberen Klassengrenzen als Summe auf (Erläuterung Klassen siehe Häufigkeitsverteilung). Die eingegebenen Werte für das Beispiel aus der Häufigkeitsverteilung sehen im Wahrscheinlichkeitsnetz so aus:

22 Index

0-km Ausfälle	59	B_{10}	41
2 Verteilungen	35	Batterie	105
2-parametrig	142	Bauteil	26
3-parametrig	29, 143	Bauteilbelastung	96
4-parametrig	146	Bauteile	62
5-parametrig	147	Bauteilspannung	95
Abbruchkriterium	42	Bauteilvarianten	113
abgerundeter Verlauf	25	Bauteilversuche	78
Abhängigkeit	96	Bayes-Methode	83
Abknicken	98	b-Chart	123
ableiten	96	Beanspruchung	26
Abschätzung	20	Beanstandung	120
Abschleppkosten	129	Beanstandungen	125
Abschnitt	26	Befundung	56
absolute Anzahl	55	begrenzt	78
Abweichungen	125	Belastbarkeit	77
Aggregateprüfstände	78	Belastung	96, 97, 100
Alternative Ausfallmechanismen	33	Belastungen	88
alternativen Ausfallursachen	145	Belastungsachse	100
Alterung	101	Belastungserhöhung	78
Anderson-DarlingTest	28	Belastungsgrenze	95
Anfangsbereich	34	Belastungs-Testmatrix	88
ANOVA	148	Belastungszeit	42
Anwärter	55	Berechnungsmethode	17
Anwärterberechnung	125	Beschleunigungsfaktor	103
approximieren		Bestimmtheitsmaß	146
Prognose	126	Bestimmung	
aproximieren	24	Raffungsfaktor	107
Arrhenius	104	Beta-Binomial	20, 21
Arrhenius-Modell	103	Beta-Binomialverteilung	16
ausfallbegrenzt	114	Betätigungshäufigkeit	59
Ausfalldaten	26	Beta-Verteilung	147
Ausfälle	143	Betragsnormale	141
unerwartet	86	Betriebsfestigkeit	139
ausfallfreie Zeit	24, 143	Betriebszeit	143
Ausfallhäufigkeit	97, 142	Beyer/Lauster	83
Ausfallkriterium	18	Biegeversuche	144
Ausfallmechanismen	26, 124	bimodale	145
Ausfallmerkmal	29	Binomial	151
Ausfall-Niveau	125	Binomialsatz	86
Ausfallquote	38	Binomialverteilung	16
Ausfallrate	38, 124	Bremsbeläge	14
Ausfallrate momentane	138	Bruch	95, 138
Ausfallraten	103	Bruchursachen	144
Ausfallwahrscheinlichkeit	63, 124, 142	Burn-In-Tests	109
Ausgleichsgerade	24, 26, 113, 141, 142	Cauchy-Verteilung	147
Aussage	26, 81	charakteristische	123
Aussagewahrscheinlichkeit	83, 86	Belastung	101
Austausch	129	Charakteristische	141

Charge	145	Faktor	26, 78
Chargen	124	Faustformel	
chemische Reaktion	103	Arrhenius	104
Close Loop	101	Fehlbefundungen	59
Coffin-Manson	104	Fehleranzahl Poisson	152
Coffin-Manson-Modell	104	Fehlerart	89
Crow-AMSA	113	Fehlerarten	88, 92
Datenanalyse	60	Fehlerbaumanalyse	66
Datenaufbereitung	59	Fehlerbild	139
Datenaufbereitung	121	Fehlerbildern	111
Datensatz	119	Fehlercodes	56
Dauerfestigkeit	95, 98	fehlerhaft	59, 124
Dauerfestigkeitsversuche	26	Fehlerort	89
degressiv	30	Fehlerquadrat	16
Design of Experiment	110	Fehlersuche	59
Dichtefunktion	135	Fertigungsfehler	14, 78
doppelllogarithmisch	142	Fertigungsprozess	123
Druck	111	Festigkeit	77
Duane	113	Feuchtigkeit	111
dynamische Lastwechsel	144	Fisher-Matrix	21
Eigenschaft	120	Fisher-Verteilung	148
Ein-/Ausschalten	111	FIT	38
Einflussarten	89	FMEA	110
Einflußgrößen	26	Formparameter	123, 141
Einsatzdauer	59	Frühausfälle	14, 123
Einsatzfall	26	Funktionsansatz	116
Einsatzzeit	123	F-Verteilung	20
Einzelüberlebenswahrscheinlichkeiten	62	Gamma-Verteilung	149
Elastomeren	103	Garantiezeitraum	129
Elektroindustrie	38	Gegenwart	125
Elementar-Miner	96	generieren	119
Entwicklungsphase	110	geometrische-Verteilung	154
Entwicklungsprozess	113	Geradlinigkeit	24
Ergebnisse	14	Gesamtausfallhäufigkeit	124
Erprobung	77	Gesamtgerade	34
ersetztes Bauteil	60	Gesamtkosten	129
Erwartungswert	39	Gesamtsystems	90
Excel	105	Gesamtzuverlässigkeit	90
Exponentialfunktion	30	getauschte	60
Exponential-Verteilung	148	Gewährleistungszahlen	88
Extrapolation		Gewaltbrüche	106
Prognose	126	Glasproben	138
Extrapolieren	30, 115	gleichmäßige Krümmung	29
Extrem-Verteilung	148	gleichzeitig	42
Extremwert-Verteilungen	144	Glockenkurve	135
Fahrgestellnummern	60	Grenzlagen	77
Fahrstrecke	59	Großversuch	116
Fahrstreckenverteilung	123	Growth	113
Fahrzeugalter	120, 123, 124, 125	Grundgesamtheit	20
Fahrzeuglebensdauer	93, 118, 123	gültige Daten	138
Fahrzyklen	77	Gumbel	17

Haibach	96	kritischer Verschleißpunkt	118
HALT	109	Krümmung	29
HASA	109	KS-Test	27
HASS	109	kumulierten Testzeiten	113
Häufigkeit	119	Kundendienst	58, 59
Häufigkeitsverteilung	135, 137	Kunststoffen	103
Herleitung	18	Kurvenbündel	
Highly Accelerated Life Test	109	Schichtlinien	126
Highly Accelerated Stress Audit	109	Kurvenfunktion	30
Highly Accelerated Stress Streening	109	Kurvenverlauf	29
		Kurzzeitfestigkeitsbereich	95
Histogramm	135	Labor	26, 78
historischer Verlauf	120	Labortests	42
Hochrechnung	127	Lageparameter	14
Hochrechnungen	125	Langzeitprognose	127
höhere Belastung	78	Laplace-Verteilung	149
Hück	140	Larson-Nomogramm	86
hypergeometrische Verteilung	154	Lastkollektiv	
Identifikationsnummer	56	Raffungstest	107
IEC	114	Lastpunkte	98
Inbetriebnahme	127	Lastwechsel	95
Information	123	Lastwechselzahl	59, 96
Inspektionen	44	Laufleistung	60
Interpretation	14, 33	Laufleistungen	59
Intervall	24	Laufzeit	26, 95
intervallzensierten	44	Laufzeiten	42
Isochronendarstellung	120	LCC	129
iterativ	18	Lebensdauer	26
Johnsons-Methode	91	Lebensdauerende	118
Keine Ausfälle		Lebensdauerhochrechnung	116
Raffungstest	106	Lebensdauermerkmal	59, 60, 143
Kerbwirkung	144	Lebensdauertest	42
Kilometerangabe	60	Lebensdauervariable	141
Klassierung	59, 125, 136	Life-Cycle-Costs	129
klassisch	125	Li-Ion	105
Koeffizienten	117	Lilliefors	27
Kollektive	95	lineares	
Kolmogorov-Smirnov	27	Diagramm	142
Kombination	97	linearisiert	16
Kommutator	116	linksabknickend	124
Komponente	62	Linksknick	25
Konkurrierende Ausfallmechanismen	33	linkszensierten Daten	44
		Literaturnachweise	163
Konstruktionen	35	Logarithmen	122
Konstruktionsfehler	78	logarithmisch	59
Korrektur	129	Standardabweichung	18
Korrekturfaktor	29	Logistik-Verteilung	149
Korrelationskoeffizient	24	logistische Regression	149
Korrelationskoeffizienten	34	logistische Verteilung	149
korrigierte Ausfallhäufigkeit	55	Log-Normalverteilt	128
Kosten	129	Lognormalverteilung	139
kritische Werte	27	<i>L_v</i>	93

Materialien	98	Prognose	125
Maximum Likelihood	113	Prognoseberechnung	124
Maximum-Likelihood	18, 19, 45	prognostiziert	124
Maximum-Likelihood-Schätzer	138	progressiv	29
Max-Likelihood-Methode	146	projizieren	97
Median	139	prozentual	55
Medianränge	16	Prozessschwankungen	110
Methode	16	Prüfintervallen	44
Mindeststichprobenumfang	82	Prüflinge	42
Mindestzuverlässigkeit	79, 82	Prüfung	26
Raffungstest	106	Prüfzeit	
Mindeztuverlässigkeit	83	Raffungsfaktor	107
MIS	127, 128	Pumpen	118
Mischverteilung	25, 26, 33, 124, 145	Qualitätssituation	125
MLE	113	Quantile	140
Momentmethode	18	Raffungsfaktor	106
Montageprozess	120	Arrhenius	104
Monte Carlo Simulation	119	Raffungsfaktors	
Monte-Carlo	27	Bestimmung	107
Month in Service	127	Raffungstest	106
<i>MTBF</i>	39, 113	Rainflow-Verfahren	101
<i>MTTF</i>	39	Rangzahl	42, 92
<i>MTTFF</i>	39	Rayleigh-Verteilung	149
<i>MTTR</i>	39	Reaktionsgeschwindigkeit	103
Näherungsformel	16	Rechenaufwand	18
NHPP	113	Rechenzeit	19
Nicht schadhafte Teile	45	rechtsabknickend	124
nichtlineare	30	Rechtsknick	25
Normalverteilung	136	Redundanz	63
Normalverteilung zensorisiert	138	Regression	25
normiert	142	Reihenschaltung	62
Norris-Landzberg-Modell	104	Reliability Blockdiagramme	62
Nullhypothese	27	Restdicke	117
Nutzungsbeginn	128	RGM	113
Nutzungszeit	127	robust	110
Ordinatenmaßstab	142	Rossow	140
Ordnungszahl	16	Scale	14
Palmgren-Miner	95	Schäden	78
parallel	63	Schadensanalyse	60
Parallelschaltungen	63	Schädigung	95
Pareto-Verteilung	149	Schädigungsgrad	116
P-Diagramm	89	Schadteilen	59
Peak-Through	102	Schichtlinie	120
plötzlicher Tod	42	Schichtlinien	127
Poisson-Prozess	113	Schichtliniendiagramm	125
Poisson-Verteilung	152	Schnittpunkt	143
Potenzgesetzmodell	113	Schrankenwert	139
Power Law	113	Schwachstellenanalyse	110
Praxis	26	Schwellwert	24
Probe	81	seriell	62
Produktionsmonat	120	Serienproduktion	78
Produktionsstückzahlen	129	S-förmige	142
		Shape-Parameter	14
www.weibull.de			169

Sicherheitsfaktors	26	Untergruppe	64
signifikant	25	unterschiedliche	
Signifikanzniveau	28	Belastungen	100
Simulationsversuche	26	Laufzeiten	82
Spannungsschwankungen	111	Steigung	26
sprödbrechend	144	unvollständig	42
Stahlbauteile	98	Ursachenfindung	56
Standardabweichung	40, 135	Ursachen-Wirkungs-Diagramm	110
Standardmethode	18	Varianz	40
Statistische Größen	155	Weibull-Parameter	21
Steigung	26, 98, 113, 141	VDA Band 3.2	5
Stichprobe	20, 42	Verbesserungsschritte	113
Stichprobenumfang	59, 84, 86	Verfügbarkeit	40
Stränge	63	Vergleich	35
Streu faktor	139	Verlauf	59
Streuung	97	Versagensmechanismen	145
Prognose	126	verschärft e Bedingung	77
Student-Verteilung	150	Verschleissausfälle	123
Sturges	59	Verschleißgrad	116
Sudden Death	42	Versuchsträger	78
Summenhäufigkeit	136	Verteilungsfunktion	135
Summenhäufigkeiten	16	vertikale	
Summenkurve	136, 139	Momentenmethode	18
Summenverteilung	135	Vertrauensbereich	21
Systemanalyse	110	Raffungstest	106
Systeme	62	Vertrauensbereich MTBF	115
Systemzuverlässigkeit	118	Vertrauensbereich, Binomial	151
Taguchi	89	Vertrauensbereich, Mittelwert Poisson	
Teilausschnitt	124		153
Teileauswertung	56	Verzugszeit	123, 129
Temperatur	103	vorgeschädigte	25
Temperaturzyklen	104	Vorkenntnissen	83
Test	34	Vorrichtung	42
Testbedingungen	98	Vorschädigung	59, 146
testen	42	Wahrscheinlichkeit	78
Testphase	43	Wahrscheinlichkeitsbereich	97
Testprogramme	89	Wahrscheinlichkeitsdiagramm	16
theoretische Lebensdauer	117	Wahrscheinlichkeitsdichte, Binomial	
Thorndike-Nomogramm	153		151
Threshold	24	Wahrscheinlichkeitsnetz	136
Toleranz	77, 120	WeiBayes	87
Toleranzen	110	Weibull-Analyse	18
Transformation	20	Weibull-Funktion	141
t-Verteilung	150	weibullverteilt	27
Typ-I	114	Werkstoff	
Typ-II	114	Raffungstest	108
Überblick	123	wichten	17
Überlebenswahrscheinlichkeit	62	wiederholte	
Umkehrfunktion	119	Beanstandungen	125
Unfall	60	Wirkungskette	62
Unreliability	13	Wöhler	100
		Raffungstest	107

Wöhlerdiagramm	96	Zufallseinflüsse	135
Wöhlerdiagramm	95	Zufallsgrößen	139
X-Achse	59	Zufallsvariablen	27
zeitbegrenzt	114	Zugversuche	144, 145
Zeitfestigkeitsbereich	95, 98	Zuverlässigkeit	26, 88
Zeitgründe	26	Zuverlässigkeits-Indikatoren	110
Zeitraffung	26, 107	Zuverlässigkeitswachstum	113
zensierte	138	Zuv-Indikatoren	111
zensoriert	42, 138	zweiparametrig	122
Zensorierte Normalverteilung	138	χ^2 -Verteilung	148
zufällig	78		
Zufallsausfälle	14, 58, 123		