



Voraussetzung und verwandte Themen

Für diese Beschreibungen sind Grundlagen der Statistik vorteilhaft. Weiterführende und verwandte Themen sind:

www.versuchsmethoden.de/Normalverteilung.pdf

Einführung

In einem Hypothesentest wird anhand einer Stichprobe eine Aussage über die Eigenschaft der Grundgesamtheit gemacht. Es gibt zwei Möglichkeiten zur Definition einer Hypothese:

- Die **Nullhypothese** H_0 behauptet:
Es besteht Gleichheit (z.B. die Mittelwerte zweier Stichproben sind gleich, oder der Mittelwert einer angelieferten Charge entspricht der Vorgabe des Kunden, oder der Verbrauch zweier Fahrzeuge ist gleich, etc.).
- Die **Alternativ-Hypothese** H_1 behauptet:
Es gibt einen Unterschied (z.B. die Mittelwerte zweier Stichproben sind ungleich, oder die angelieferte Ware ist fehlerhaft, etc.).

Aussagen hierzu sind mit einer unvermeidbaren Unsicherheit behaftet, die statistisch über eine Irrtumswahrscheinlichkeit bewertet wird.

Ziel und Nutzen

Mit Hilfe der Hypothesentests kann auf Basis einer festgelegten Irrtumswahrscheinlichkeit eine Entscheidung getroffen werden.

Grundlagen

Bei der Durchführung eines statistischen Tests können zwei Arten von Fehlern gemacht werden:

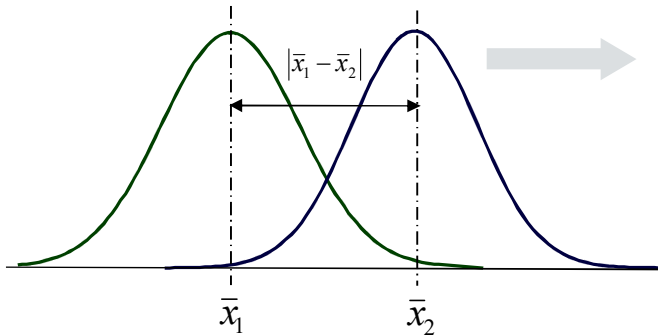
- Die Nullhypothese H_0 ist richtig und wird abgelehnt!
⇒ diesen Fehler bezeichnet man als Fehler 1. Art, oder den α -Fehler, oder das Produzentenrisiko.
- Die Nullhypothese H_0 wird angenommen, obwohl sie falsch ist!
⇒ diesen Fehler bezeichnet man als Fehler 2. Art, oder den β -Fehler, oder das Konsumentenrisiko.

Insgesamt gibt es folgende vier Situationen:

		Wirklichkeit	
		H_0	H_1
Entscheidung	H_0	richtig	β -Fehler (2. Art)
	H_1	α -Fehler (1. Art)	richtig

Bestimmung des α -Fehlers am Beispiel Mittelwertvergleich

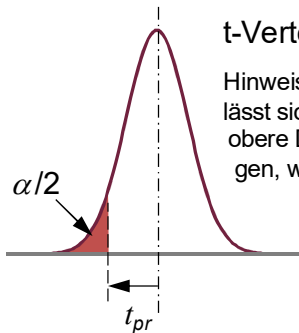
Es ist die Nullhypothese H_0 zu prüfen : die Mittelwerte zweier Stichproben sind gleich.



Der Abstand der Mittelwerte wird normiert auf eine gemeinsame Standardabweichung s_d

$$t_{pr} = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{s_d} \quad s_d = \sqrt{\frac{s_1^2 + s_2^2}{n}} \quad (\text{für gleiche Stichprobenumfänge, } n = n_1 = n_2)$$

Mit Hilfe der t-Verteilung (Studentverteilung) erhält man den gesuchten Wert für den α -Fehler.



t-Verteilung

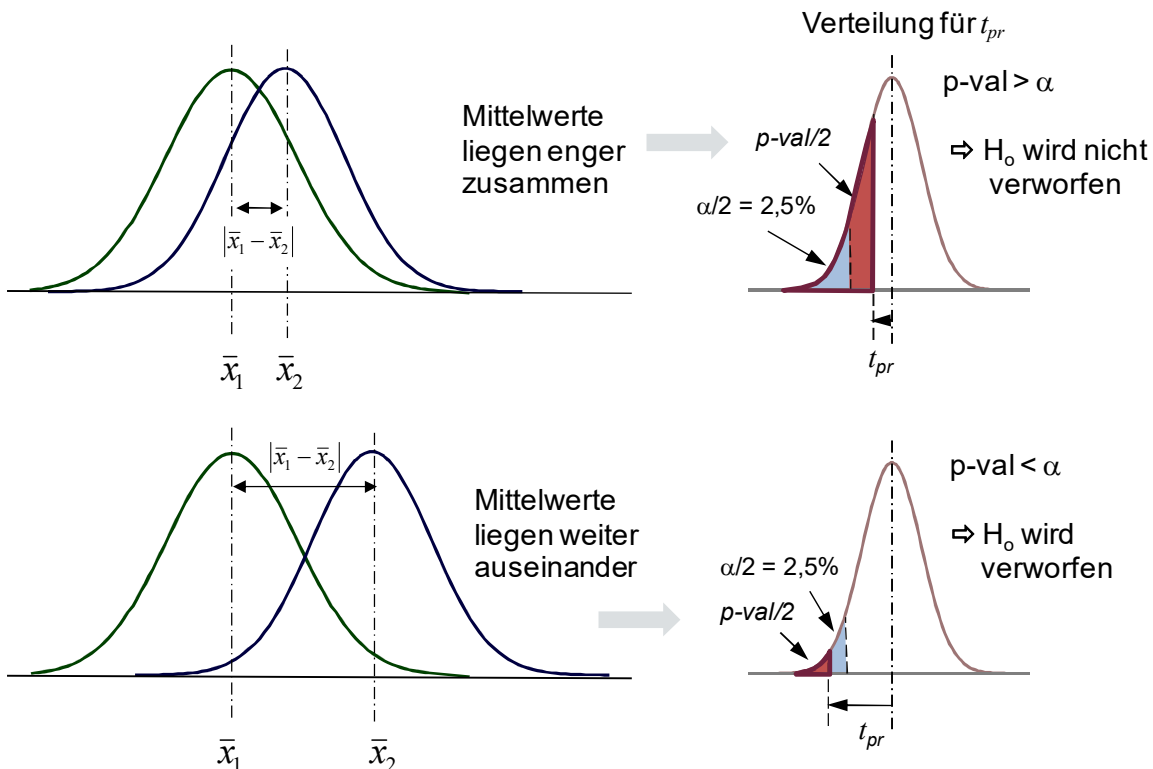
Hinweis: Die Fläche $\alpha/2$ lässt sich nicht in das obere Diagramm übertragen, wie oft zu sehen ist.

$$\alpha = 2 \cdot \text{VertStu}(-t_{pr}; f)$$

Freiheitsgrad $f = n_1 + n_2 - 2$
für gleiche Standardabw. der Stichproben.

Der p-Value

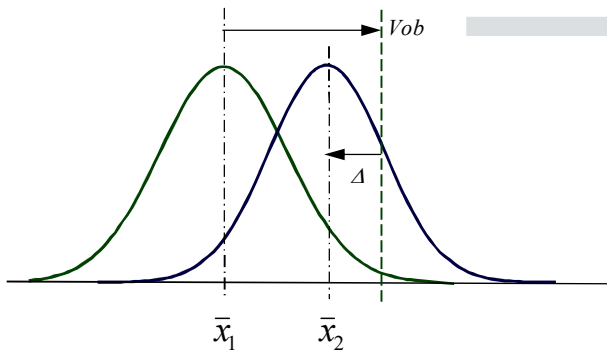
Man legt für den Fehler 1. Art einen zulässigen Grenzwert für α fest, in der Regel 5%. Den tatsächlich vorhandenen Wert nennt man den **p-Value**.



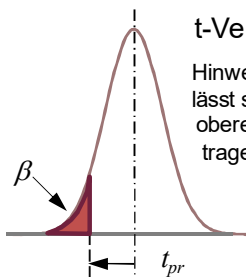
Merke: „If p-val is low, H_0 must go“

Bestimmung des β -Fehlers am Beispiel Mittelwertvergleich

Es ist H_1 zu prüfen, die Mittelwerte zweier Stichproben sind ungleich.



Mit Hilfe der t-Verteilung (Studentverteilung) erhält man den gesuchten Wert für den β -Fehler.



t-Verteilung

Hinweis: Die Fläche β lässt sich nicht in das obere Diagramm übertragen, wie oft zu sehen ist.

Bestimmung eines Vertrauensbereiches für \bar{x}_1 der ersten Daten

$$V_{ob} = \bar{x}_1 + t_{1-\alpha/2} \cdot S_d$$

$t_{1-\alpha}$ = Wert aus der t-Verteilung für $\alpha = 5\%$

Δ : um wieviel ragt \bar{x}_2 in den Vertrauensbereich von \bar{x}_1

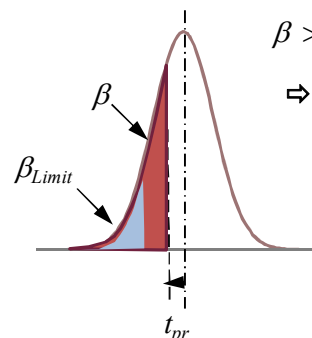
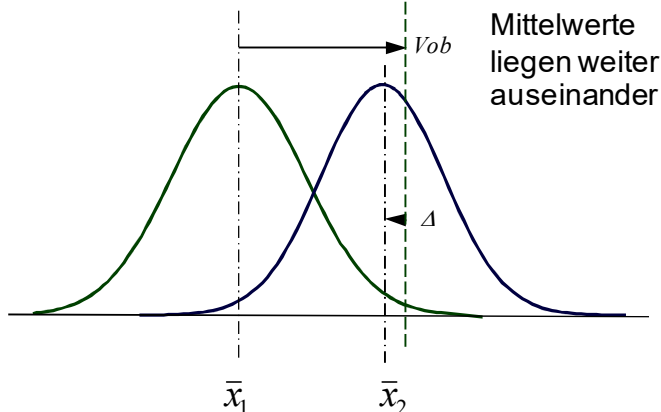
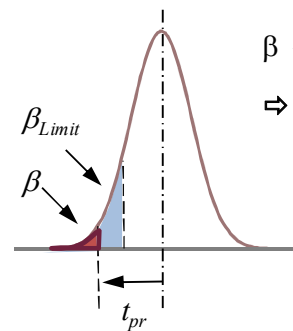
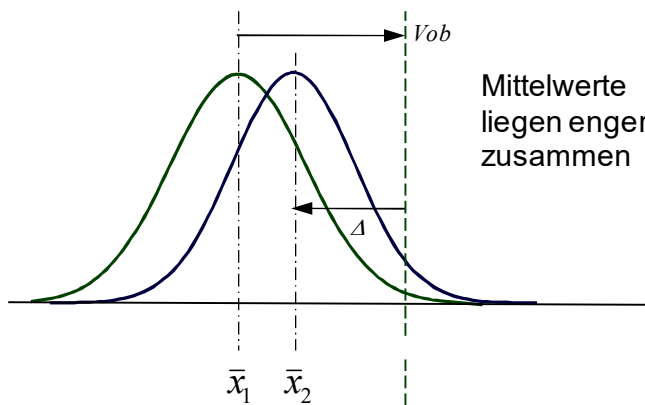
$$\Delta = \bar{x}_2 - V_{ob}$$

$t_{pr} = \frac{\Delta}{S_d}$ dieser Abstand wird normiert auf eine gemeinsame Standardabweichung (siehe α)

$$\beta = \text{VertigStudent}(-t_{pr}; f)$$

Freiheitsgrad $f = n_1 + n_2 - 2$ für gleiche Standardabw. der Stichproben (hier wird nicht auf die Hälfte gerechnet)

Man legt für den Fehler 2. Art einen zul. Grenzwert fest β_{Limit} , in der Regel 10-20%*.



Hinweis: Ein Gegenstück zum p-value gibt es hier nicht.

Zusammenfassung zu Fehler 1. und 2. Art

Man kann nicht gleichzeitig das Risiko der 1. Art und 2. Art minimieren!
Die Entscheidung muss aufgrund der einen oder anderen Art getroffen werden.

Entscheidend für die Auswahl ist die Tragweite einer Fehlentscheidung.

Beispiel:

H_0 : Die Nullhypothese lautet: Ein Bauteil hat keinen Defekt.

Der α -Fehler beschreibt das Risiko dies fälschlicherweise abzulehnen.

Folge wenn das Risiko einer Fehlentscheidung eintritt: Das Bauteil wird unberechtigt getauscht, es entstehen unnötige Kosten.

H_1 : Die Alternativhypothese lautet: Ein Bauteil hat einen Defekt.

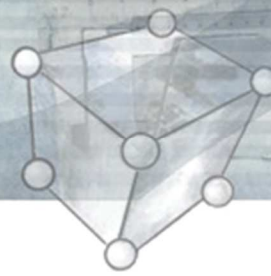
Der β -Fehler beschreibt das Risiko dies fälschlicherweise abzulehnen.

Folge wenn das Risiko einer Fehlentscheidung eintritt: Das Bauteil wird nicht getauscht, der Fehler bleibt bestehen und der Kunde reklamiert erneut.

Merke:

⇒ Der α -Fehler beschreibt das Risiko einen „Effekt“ anzunehmen, den es gar nicht gibt.

⇒ Der β -Fehler beschreibt das Risiko einen „Effekt“ zu übersehen.



Software – Literatur – Consulting – Schulungen



Software

Unsere Software **Visual-XSel** ist ein leistungsfähiges Tool für alle wichtigen statistischen Qualitäts- und Zuverlässigkeitsmethoden. Nicht umsonst ist diese Software in vielen großen Firmen im Einsatz – crgraph.de/Referenzen.

Weitere Informationen zum aktuellen Thema finden Sie auf den nächsten Seiten oder unter crgraph.de/Versionen



Eigene Literatur

Unser **Taschenbuch der statistischen Qualitäts- und Zuverlässigkeitsmethoden** beinhaltet weiterführende Themen, z.B. zu Systemanalysen, Weibull- und Zuverlässigkeitsmethoden, Versuchsplanung und Datenauswertung, sowie zur Mess-System-Analyse und Prozessfähigkeit.

Weitere Informationen finden Sie unter crgraph.de/Literatur



Consulting & Schulungen & Six Sigma

Bei unseren Inhouse- oder Online-Schulungen wird die praxisnahe Anwendung von statistischen Methoden vermittelt. Wir haben über 20 Jahre Erfahrung, insbesondere in der Automobilindustrie und unterstützen Sie bei Ihren Problemstellungen, führen Auswertungen für Sie durch, oder erstellen firmenspezifische Auswertevorlagen.

Weitere Informationen finden Sie unter crgraph.de/Schulungen



Hotline

Haben Sie noch Fragen, oder Anregungen? Wir stehen Ihnen gerne zur Verfügung:

Tel. +49 (0)8151-9193638

e-mail: info@crgraph.de

Besuchen Sie uns auf unserer Home-Page: www.crgraph.de

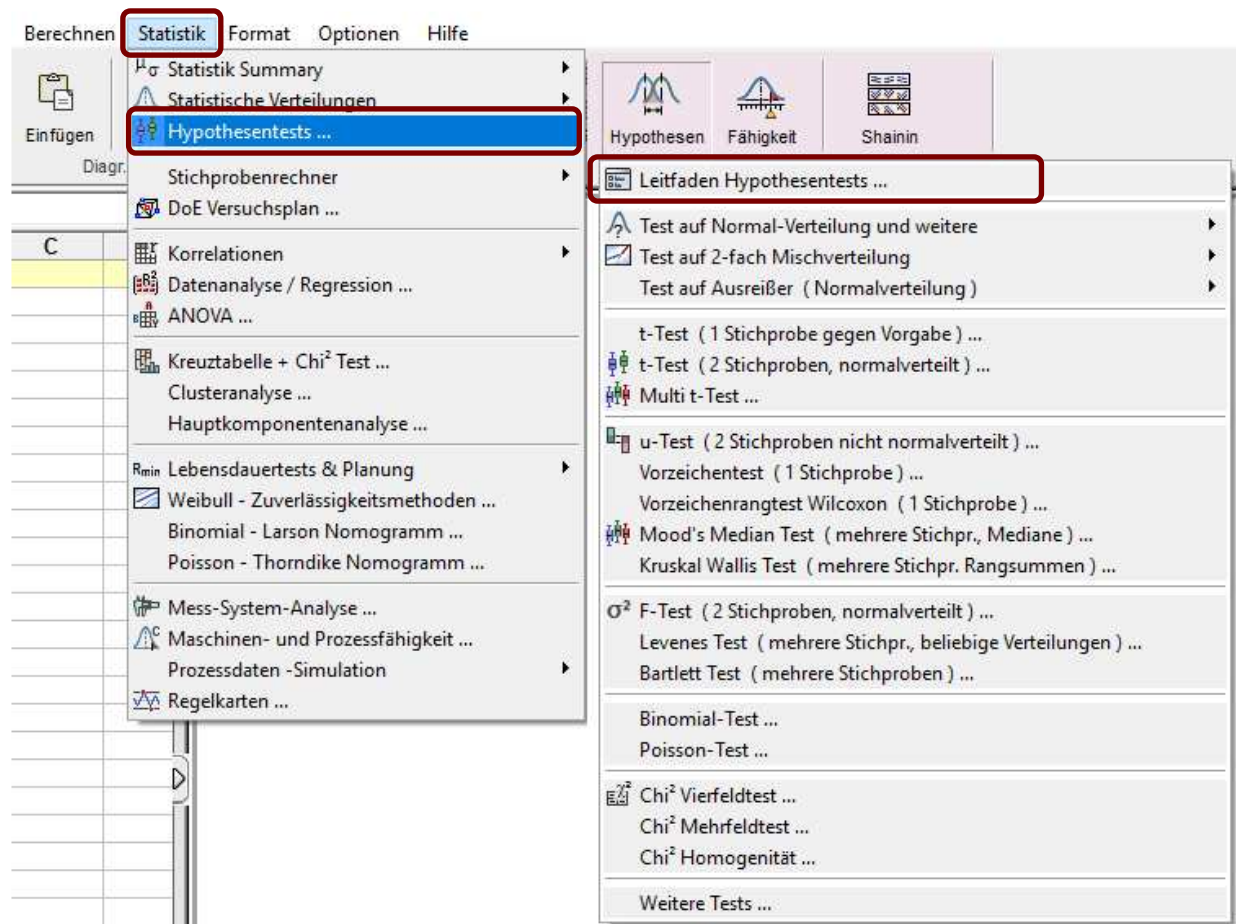
Anwendung in Visual-XSel 15.0/16.0

www.crgraph.de

Hypothesentests werden in Visual-XSel über Templates bereitgestellt. Diese können z.B. über den Leitfaden ausgewählt werden,



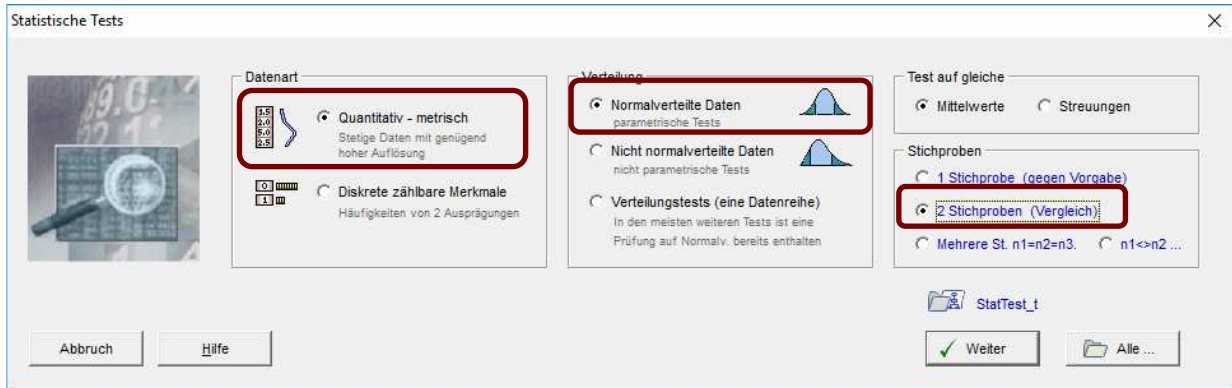
oder über den Menüpunkt *Statistik*



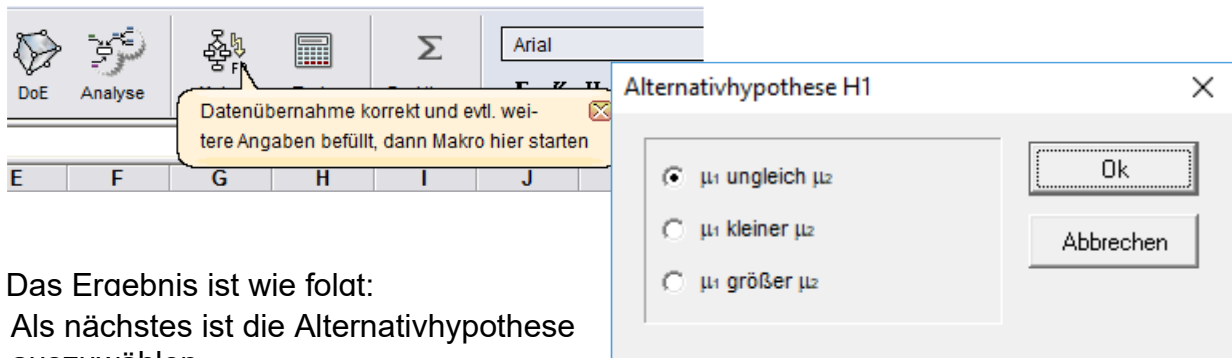
Hinweis: Außer über den Leitfaden, Binomial und Poisson müssen vorher in der Tabelle passende Daten zur Auswertung markiert sein.

Hypothesentests

Bei Auswahl des Leitfadens folgt die Auswahl für quantitative metrisch oder diskrete Merkmale:



In die bestehende Datei wird das Template für den Mittelwerttest in diesem Beispiel eingebettet und die Daten aus dem markieren Bereich verwendet. Im folgendem ist das Makro zu starten:



Das Ergebnis ist wie folgt:
Als nächstes ist die Alternativhypothese auszuwählen

